تقدير انموذج AR(3) باستعمال طريقة Levinson–Durbin التكرارية و طريقة المربعات الصغرى الموزونة

جنان عباس ناصر
الكلية التقنية الادارية - بغداد

أستلم البحث في : 9 نيسان 2013 ، قبل في : 24 حزيران 2013

الخلاصة

في هذا البحث نتحرى حول طرائق التقديرلأنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الثالثة باستعمال طريقة Levinson–Durbin التكرارية (LDR) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLSE) . اذ تم توليد سلسلة زمنية من أنموذج AR(3) عندما يكون حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي وغير الطبيعي، وعند ما يتبع حد الخطاء لأنموذج ARCH(q) برتبة q=1,2. استعملت حجوم مختلفة من العينات .واستحصلت النتائج باستعمال المحاكاة. عموما نستنتج تحسين التقديرات لأنموذج الانحدار الذاتي بكلا طريقتي التقدير(LDR وWLSE) بزيادة حجم العينة، ولكل التوزيعات المفترضة لحد الخطأ عدا التوزيع اللوغارتمي الطبيعي. ونرى تحسين التقدير يعتمد على قيمة المعلمة α ايضا التي تمثل عامل الاضمحلال (Forgetting Factor) والتي تكون قيمتها اقل من الواحد اي $(\alpha < 1)$، اذ يتحسن التقدير عند القيمة الكبيرة للمعلمة α بالتحديد عند $\alpha = 0.99$ ، وأخيرا استعملنا طريقتي التقدير (LDR&WLSE) لبيانات حقيقية.

الكلمات المفتاحية: نماذج الانحدار الذاتي, طريقة Levinson–Durbin التكرارية, طريقة المربعات الصغرى الموزونة
.

1.المقدمة

تعد مسالة التنبوء من احدى المسائل المعروفة في تحليل السلاسل الزمنية، إذ إن دقة التنبوء بالأنموذج تعتمد حتما على الأنموذج الذي تم تقديره من سلسلة البيانات المستحصلة لعملية معينة على أوقات منتظمة ، من هنا جاءت فكرة هذا البحث. إذ اختير أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة الثالثة((AR(3))، للتحري عن حصانة تقديرات معلمات أنموذج AR(3) عندما تكون قيم معلماته مولدة عشوائيا من التوزيع المنتظم ،بطريقة Levinson-Durbin التكرارية (LDR) المستعملة من Levinson عام 1947، واعيد صياغتها فيما بعد Durbin عام 1960، وكذلك طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLSE) [1, 4] التي تعد من إحدى طرائق التنقية التكيفية (Adaptive Filtering) . وهناك العديد من البحوث التي تناولت طريقة Levinson–Durbin التكرارية ،و طريقة المربعات الصغرى الموزونة نذكر ابرزها تجنبا للاطالة ، ففي عام 2003 قام الباحث Garg [1] بنمذجة السلسلة الزمنية التي تمثل تنقية الصور بنماذج الانحدار الذاتي (AR) واستعمل طريقة Levinson–Durbin التكرارية (LDR) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLSE) لتقدير معلمات انموذج الانحدار الذاتي.ولاحظ تفوق طريقة WLSE على طريقة LDR عندما تكون السلسلة الزمنية ضعيفة الاستقرارية بالاعتماد علىالمقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطاء. ففي عام 2003 تناول الباحثونRoth & Kauppinen [2] طريقة Levinson–Durbin التكرارية (LDR) مقارنة مع طريقتي Burg الهنسية والتوافقية بالاعتماد على المقياس الإحصائي المتمثل بمعدل القيم المطلقة لنسب الأخطاء (MAPE) لقياس دقة التنبوء بالانموذج ولكلا الطريقتين لنمذجة تردد مشوه . وفي عام 2004 قدم الباحث Liew [3] دراسة مقارنة لمعاييرالمعلومات لأختيارطول الازاحة الفعلية لنماذج الانحدارالذاتي عند نمذجة السلاسل الزمنية المولدة من نماذج AR.وقد استعمل معيارمعلومات Akaike (AIC) ومعيار Schwarz (SIC)ومعيارHannan-Quinn (HQC) ومعيارخطأ التنبوء النهائي(FPE)ومعيار Bayesian (BIC)، لتقديرطول الازاحة الفعلية للبيانات المولدة من عملية AR(4)،عند خضوع معلمات الأنموذج AR(4) للتوزيع المنتظم بالمدة من(1 ,1-) لضمان شرط الاستقرارية لتلك العملية،وخضوع متغيرحد الخطاء للأنموذجAR(4) للتوزيع الطبيعي بمتوسط صفروتباين قدره σ^2.ولحجوم عدة من العينات تتراوح بين30 و960،واستنتج من خلال تجارب المحاكاة بان اداء كل معاييرالمعلومات المعتمدة في البحث يتحسن بزيادة حجم العينة.وفي عام 2005 ناقش الباحث Hwang [4]خصائص عينة كبيرة لمقدرات المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونه لمعلمة الانحدار الذاتي للعملية AR(1) عندما تكون معلمة الانموذج متغير عشوائي ، وتوصل الى ان مقدرات اقل المربعات تكون تقديرات غير متسقة بعكس مقدرات المربعات الصغرى الموزونه التي تكون متسقة وتكون محاذية للتوزيع الطبيعي حتى عندما يكون حد الخطأ لعملية AR(1) غير موزع طبيعيا . وفي عام2007 تناول الباحثان Abid وAsghar [5]مقارنة لمعاييرالمعلومات(AIC,FPE,SIC,HQC ,AICC) لتقديرطول الازاحة الفعلية لعملياتAR(p) باستعمال المحاكاة،وقد استعملا تلك المعاييرفي تقديرطول الازاحة الفعلية للبيانات المولدة من عملية AR(5)،عند خضوع معلمات الأنموذج AR(5) للتوزيع المنتظم بالمدة (0.5 ,0.5-) لضمان شرط الاستقرارية لتلك العملية، وفي حالة خضوع متغيرحد الخطأ للأنموذجAR(5) للتوزيع الطبيعي وغيرالطبيعي اي نماذج Autoregressive conditionally heteroskedastic error terms (ARCH(q),q=2,3)) عندما تمثل qرتبة الانموذج (اي عدد المعلمات في الانموذج) وعند خضوع معلمات انموذج ARCH(q) للتوزيع المنتظم بالمدة من 0 و1 .ولحجوم عدة من العينات تتراوح بين 30 و960.وتوصلا الى ان اداء تلك المعايير يتحسن بزيادة حجم العينة.ويكون اداء معيارSIC افضل في تقديرطول الازاحة الفعلية عندما يكون حجم العينة اكبرمن240.وفي عام2010 اشتق الباحثان Chen و Deo [6] تقريب المربعات الصغرى الموزونة لمقدر الامكان وفقا لقيود محددة لعملية الانحدار الذاتي من الرتبة p ((AR(p)) متعدد المتغيرات بطريقة المربعات الصغرى الموزونة وتوصلا الى ان طريقة المربعات الصغرى الموزونة قللت التحيز ومتوسط مربعات الخطأ بشكل معنوي مقارنة بطريقة المربعات الصغرى عندما تكون عملية AR(p) مستقرة او غير مستقرة . وفي عام 2012 تناولت الباحثة جنان[7] دراسة مقارنة للتحري عن فاعلية معاييرالمعلومـات (AIC، FPE، SIC، HQC ومعيارAICC) لتقديرالرتبة الفعلية لأنموذج AR(p)من خلال المحاكاة،وذلك بتوليد سلاسل زمنية مختلفة تخضع لأنموذج الانحدارالذاتي المستقرمن الرتبة الاولى والثانية ((AR(2),AR(1)) بقيم عدة مفترضة لمعلمات الانموذج ووفقا لبنية متغيرحد الخطاء والمتمثلة بـالاتي : - اولا- خضوع متغيرحد الخطاء للتوزيع الطبيعي .ثانيا - خضوع متغيرحد الخطاء لأنموذج ARCH(q)برتبة q=1,2 بقيم عدة مفترضة لمعلمات الانموذج.ثالثا -تحت افتراض تغيرفي بنية متغيرحد الخطأ الذي يخضع للتوزيع الطبيعي. وفي عام 2013 تناولت الباحثة جنان[8] دراسة مقارنة بين طرائق تقدير الانحدار الذاتي متضمنة طريقة المربعات الصغرى وطريقة معادلات Yule-walker و طريقة Levinson–Durbin التكرارية وطريقة التوافقية بالاعتماد على المقياس الإحصائي المتمثل بمعدل القيم المطلقة لنسب الأخطاء (MAPE) ومتوسط مربعات الخطاء (MSE) لقياس دقة التنبوء بالانموذج بكل طريقة مستعملة لنمذجة كمية الانتاج للشركة العامة للصناعات القطنية لثلاثة منتجات تمثل سلاسل زمنية ضعيفة الاستقرارية، ولوحظ تفوق طريقة Levinson–Durbin التكرارية على بقية الطرائق المستعملة في البحث .وبناء على ماتقدم فان هدف البحث تقدير انموذج AR(3) باستعمال طريقة Levinson–Durbin التكرارية و طريقة المربعات الصغرى الموزونة المقترح استعمالها كطريقة تقدير لنماذج الانحدار الذاتي عندما تكون السلسلة الزمنية ضعيفة الاستقرارية من خلال المحاكاة. إذ تم توليد سلسلة زمنية تخضع لأنموذجAR(3) بقيم مفترضة لمعلمات الأنموذج مولدة من التوزيع المنتظم وتحقق شرط الاستقرارية، ولتوزيعات احتمالية عدة مفترضة لمتغير حد الخطأ لأنموذج AR(3) منها

التوزيع الطبيعي القياسي والتوزيع اللوغارتمي الطبيعي والتوزيع المنتظم المستمر وتوزيع (t). فضلا عن افتراض بان متغير حد الخطاء لأنموذج AR(3) يخضع لأنموذج ARCH(q) برتبة q=1,2 وبقيم عدة مفترضة لمعلمات الأنموذج وعلى وفق حجوم عينات مختلفة. ومن ثم إجراء عملية تقدير معلمات أنموذج AR(3) باستعمال كلا الطريقتين المتقدم ذكرهما (LDR وWLSE) للتحري عن حصانة التقديرات من خلال مقاييس عدة منها: التقدير التجريبي للمعلمة والتحيز في تقدير المعلمة ومتوسط مربعات الخطأ للمعلمة المحتسبة بكلا الطريقتين LDR و WLSE،ومتوسط مربعات الخطأ بطريقة LDR ومربعات الخطأ الموزونة المحتسبة بطريقة WLSE. فضلا عن احتساب المقياس الإحصائي المتمثل بمعدل القيم المطلقة لنسب الأخطأ (MAPE) لقياس دقة التنبوء بالانموذج ولكلا الطريقتين.وقد استعمل برنامج Matlab لتنفيذ تجارب البحث من خلال كتابة برامج وتحوير لبعض البرامج المنشورة على الانترنت والمدونه في مصادر البحث.

2. تقدير أنموذج الانحدار الذاتي Estimation for Autoregressive Model

للسلسلة الزمنية $\{x_t\}$ لقيم t=1, 2, …, n التي تمثل عينة عشوائية بحجم n مسحوبة من قيم معينة للظاهرة قيد البحث ،يمكن تمثيل أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p والتي تمثل عدد المعلمات المراد تقديرها للسلسلة الزمنية $\{x_t\}$ باستعمال الصيغة آلاتية [2,12]:

$$x_t = -\sum_{i=1}^{p} a_i x_{t-i} + \varepsilon_t \quad ...(1)$$

وتمثل $(\mathbf{a_1, a_2, ..., a_p})$ معلمات انموذج الانحدارالذاتي ويمكن كتابة الصيغة (1) على وفق الصيغة $\varepsilon_t = A(B)x_t$ ، إذ

$$A(B) = 1 + a_1 B + a_2 B^2 + ... + a_p B^p \qquad ...(2)$$

و ان B^i تمثل معامل الارتداد الخلفي، إي إن $B^i x_t = x_{t-i}$. وتمثل ε_t حد الخطأ الذي يكون سلسلة من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتطابقة التوزيع بمتوسط صفر وتباين مقداره σ^2 وتقديره يمثل قوة خطاء التقريب للمقدرالخطي في الصيغة (1) من الرتبة p. ويعد أنموذج AR(p) مستقرا إذا كانت القيمة المطلقة لمجموع قيم معلمات الأنموذج اقل من الواحد إي ان $1 > \left| \sum_{i=1}^{p} a_i \right|$ [3,5,7].وفيما يأتي شرح لطريقتي التقدير المستعملة في هذا البحث لتقدير نماذج الانحدار الذاتي (AR(**p**)).

2.1 طريقة Levinson-Durbin التكرارية (LDR) TheLevinson-Durbin Recurision

إن هذه الطريقة تقدر معلمات أنموذج الانحدار الذاتي من الرتبة p (AR(p)) بطريقة تكرارية، وتمتاز هذه الطريقة بكونها تقدر كل قيم المعلمات الأنموذج AR(p) الدنيا مرة واحدة ، اي عند تقدير انموذج AR(5) اي عند الرتبة p=5 فانة يتم تقدير قيم معلمات أنموذج AR(1) وAR(2) ولغاية AR(p=5)، مع حساب قيمة متوسط مربعات الخطأ (MSE) ويرمز له بـ $(\hat{\rho}_k)$ انظر المصدرين[9,11].ولاستعمال هذه الطريقة يتم حساب قيم دوال الارتباط الذاتي $\hat{R}(k), k = 1,2,...,p$ (no normalization) غير المتحيزة المقدرة من العينة للسلسلة الزمنية $\{x_t\}$ عندما تكون t=1,2,..., n .وتكون صيغة حسابها على وفق الأتي [1,10] :

$$\hat{R}(k) = (1/(n-k))\sum_{t=k+1}^{n} x_t x_{t-k} \quad , \qquad k = 0,1,...p \quad ...(3)$$

إذ ان $\hat{R}(k)$ تمثل القيم المقدرة من العينة لدالة الارتباط الذاتي عند الازاحة k، وتبدأ هذه الطريقة على وفق الخطوات آلاتية [1,10]:

1. بجعل قيمة $\hat{a}_0 = 1$ ، وكذلك قيمة $\rho_0 = \hat{R}(0)$.
2. وبذلك فان قيمة معلمة الانعكاس $a_{11} = -\hat{R}(1)/\hat{R}(0)$ ، وكذلك قيمة $\rho_1 = (1-|a_{11}|^2)\hat{R}(0)$.
3. ثم حساب معاملات الانعكاس لـ k عندما تكون k=0,1,...,p على وفق الصيغة الاتية :

$$\mathbf{a_{kk} = -[\hat{R}(k) + \sum_{i=1}^{k-1} a_{k-1,i}\, \hat{R}(k-i)] \;/\; \rho_{k-1} \quad ...(4)}$$

اذ يتم حساب قيم معلمات أنموذج AR(p) بالاعتماد على قيمة معاملات الانعكاس لـ k من المعاملات على وفق الصيغة الاتية:

$$\hat{a}_{p,k} = \hat{a}_{p-1,k} + a_{k,k}\, a^{*}_{p-1,p-k} \quad , \forall\, k = 0,1,..., p \qquad ... (5)$$

إن الإشارة (*) تعني complex conjugate انظر المصادر [1,10,11] ، أي قيمة المعلمة في المرحلة التكرارية السابقة وان

$$\left.\begin{array}{ll}\hat{a}_{p,k}=1 & ,\ k=0\\ a_{p,k}=-a_{p,k} & ,\ k=1,2,\ldots,p.\end{array}\right]\ldots(6)$$

إما تقديرات متوسط مربعات الخطأ (ρ_k) فتكون على وفق الصيغة آلاتية :

$$\rho_k=(1-|\ a_{kk}\ |^2)\rho_{k-1}\quad\ldots\ (7)$$

2.2 طريقة اقل مربعات الخطاء الموزونة Weighted Least Squares Error (WLSE)

تناولنا في الفقرة السابقة طريقة Levinson- Durbin التكرارية التي يتطلب فيها حساب قيم دوال الارتباط الذاتي من العينة، لأية عملية عشوائية x_t عندما تكون t=1,2,..., n لحساب قيم معلمات المقدر الخطي/عملية الانحدار الذاتي بشكل تكراري. وهنا نستعمل طريقة اقل مربعات الخطأ الموزونه (WLSE) [1,4] التي لايتطلب فيها حساب قيم دوال الارتباط الذاتي للعملية المدخلة (x_t) لحساب قيم معلمات المقدر الخطي، إذ يتم اعتماد قيم معلمات المقدر الخطي المحتسبة بالمدة الحالية لتكن t=k للحصول على مجموعة جديدة من قيم المعلمات للمقدر الخطي بالمدة الحالية لتكن t=k+1 وتسمى تلك المعلمات بمعلمات التنقية (filter coefficients) [1].

وتبدأ هذه الطريقة على وفق الخطوات آلاتية : [1]

1. بجعل قيم متجه المعلمات $a_p=[1\ 0\ 0\ \ldots 0]^T$ ، وجعل P(1)=I مصفوفة الوحدة من الرتبة $p\times p$ ، التي تدخل في عملية تحديث متجه المعلمات (a) او معاملات التنقية فيما بعد.
2. يتم حساب القيمه التقديرية $\hat{x}(k)$ بالمدة t=k ولقيم $k=2\to\infty$ على وفق الصيغة الاتية :

$$\hat{x}(k)=a_p^T(k-1)u(k)\quad\ldots\ (8)$$

وتمثل u(k) قيم العينات الداخلة بالخطوة k، إي إن $u(k)=[x(k-1)\quad x(k-2)\ldots x(k-p)]^T$.

3. يتم تحديث متجه المعلمات a بالمدة t=k على وفق الصيغة آلاتية:

$$a_p(k)=a_p(k-1)+\frac{P(k-1)u(k)}{\alpha+u^T(k)P(k-1)u(k)}[x(k)-\hat{x}(k)]\quad\ldots(9)$$

إذ إن α تمثل Forgetting Factor وتكون قيمتها اقل من الواحد $(\alpha<1)$، إذ تعتمد قيمة α على طبيعة العملية المدخلة، وعادة ما تستعمل القيمة $\alpha=0.99$ التي تكون عامل للموازنة بين خزن كل العينات السابقة في أثناء عملية حساب تقدير متجه المعلمات a لأنموذج الانحدار الذاتي (AR(P)).

4. يتم تحديث المصفوفة P المستعملة في حساب قيم معلمات انموذج AR(P) على وفق الصيغة الاتية :

$$p(k)=\frac{1}{\alpha}\{p(k-1)-\frac{P(k-1)u(k)\,u^T(k)P(k-1)}{\alpha+u^T(k)P(k-1)u(k)}\}\quad\ldots(10)$$

وفي هذه الطريقة يتم تعريف معيار جديد يعتمد عليه لتقليل الأخطاء بين القيم المتنبأ بها والقيم الحقيقية.إذ يتم حساب المجموع الموزون للأخطأ وتقليله لمجموعة من الأوزان ، إذ تتناقص تلك الأوزان للعينات الأقدم ، ويتحقق ذلك باختيار الاوزان بطريقة ملائمة لتكون مساوية لـ $\alpha^k=\alpha^{k-1}$ عندما تكون قيمة $\alpha<1$ وبذلك فان حساب المعيار الادنى بطريقة WLSE عندما تكون t=k سيكون على وفق الصيغة الاتية :

$$B(a)=0.5\sum_{i=1}^{k}\ \alpha^i[a_p^T\,u(i)-x(i)]^{\,2}\quad\ldots(11)$$

3. الجانب التجريبي

استعملت المحاكاة لغرض التحري عن حصانة التقديرات المستحصلة عليها باستعمال،طريقة Levinson-Durbin التكرارية (LDR) وطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) بوصفها طريقتين لتقدير نماذج الانحدار الذاتي، وذلك من خلال بناء تجارب المحور المتقدم ذكره في المبحث (2) وعلى وفق الفروض والمواصفات الاتية :

.1 تم استعمال التوزيع المنتظم المستمر بالمدة a=-0.5 و b=0.5 لتوليد قيم معلمات أنموذج AR(3) عشوائيا من التوزيع المنتظم لثلاث قيم إي لتوليد $a_i \sim \mathbf{U(-0.5,0.5)} \quad \forall \quad \mathbf{i=1,2,3}$ والتي تحقق شرط الاستقرارية $|a_1+a_2+a_3|<\mathbf{1}$،انظر المصادر [3,5,7] وقد كانت تلك القيم كما يأتي:

$$a_1=-0.0553,\quad a_2=0.1154,\quad a_3=0.2919$$

لتكون السلسلة الزمنية المولدة من أنموذج AR(3) التي سيتم دراستها على وفق الصيغة آلاتية:

$$x_t=-0.0553x_{t-1}+0.1154x_{t-2}+0.2919x_{t-3}+\varepsilon_t \quad ...(\ 12\ )$$

.2 استعملت إحجام العينات n=30,60,120,240,480.

.3 استعملت أنموذج الانحدار الذاتي ((AR(3)) المتقدم ذكره بالفقرة (1) بالصيغة (12) المبينة اعلاه، لتوليد قيم السلسلة الزمنية المستقرة من الأنموذج المتقدم ذكره وذلك عند افتراض توزيعات عدة لحد الخطاء (ε_t) في الأنموذج منها:- التوزيع الطبيعي القياسي بمتوسط مساويا للصفر وتباين مقدارة واحد اي $\mathbf{(Normal\ \ distribution\,(\,\mu=0\,,\sigma^2=1))}$ والتوزيع اللوغارتمي الطبيعي بمتوسط مساويا للواحد ’وتباين مقدارة واحد اي $\mathbf{(Log\,normal\ \ distribution\,(\,\mu=1\,,\sigma^2=1))}$) والتوزيع المنتظم المستمربالمدة $\mathbf{(\,a=-1\ ,b=1)}$ اي $\mathbf{(ContinuousUniform\ \ distribution\,(a=-1\,,b=1))}$ وتوزيع (t) بدرجة حرية (2) اي($\mathbf{(\,Student'stdistribution\,(df\ =2\ ))}$. فضلا عن افتراض بان توزيع حد الخطأ (ε_t) لأنموذج AR(3) يخضع لأنموذج ARCH(q) برتبة q=1,2 ، ((انظر المصدرين [5,7] لمزيد من االتفاصيل))وكما مبين أدناه :-

- $\boldsymbol{\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.25+0.45\varepsilon^2{}_{t-1}}}$.
- $\boldsymbol{\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.5+0.2\varepsilon^2{}_{t-1}}}$.
- $\boldsymbol{\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.01+0.2\varepsilon^2{}_{t-1}+0.2\varepsilon^2{}_{t-2}}}$.
- $\boldsymbol{\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.2+0.2\varepsilon^2{}_{t-1}+0.2\varepsilon^2{}_{t-2}}}$.

لكل النماذج ARCH(q) المتقدم ذكرها أعلاه، تعرف $\mathbf{z_t}$ بأنها متغير عشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين مقداره واحد إي إن $\mathbf{z_t \sim Normal\,(\,0\,,1\,)}$ انظر المصدرين[5,7].

.4 ثم تجري التجارب المختلفة تبعا لجميع التوليفات الممكنة للفروض المتقدم ذكرها أعلاه من خلال تكرار هذا التوليد للسلاسل الزمنية لـ 500 مرة لكل تجربة ولكل حجم عينة (n).

.5 ومن ثم يتم استعمال طريقتي LDR و WLSE لتقدير معلمات أنموذج AR(3) لكل n ولكل تكرار(r=500).

وقد استعمل برنامج Matlab لكتابة برامج البحث،فضلا عن تحوير بعض البرامج المنشورة على الانترنت والمتعلقة بتلك الطريقتين المستعملة في البحث (وعلى وفق الخوارزميات المرفقة في الملحق) لغرض الحصول على نتائج البحث.إذ سنلاحظ في كل مرة مالذي ستؤول إليه نتائج التقدير،وذلك باستعمال المعايير الاتية للإشارة إلى حصانة وجودت تلك التقديرات وكما مبين أدناه.

.6 التقدير التجريبي للمعلمة $(a_i \ \ \forall\ \ \mathbf{i=1,2,3})$ باستعمال إي من الطريقتين LDR و WLSE ويحتسب على وفق الصيغة آلاتية:

$$\mathrm{EES_a}=\sum_{r=1}^{500}\ \hat{a}_i(r)/500\quad ...(\ 13\ )$$

.7 التحيز في تقدير المعلمة $(a_i \ \ \forall\ \ \mathbf{i=1,2,3})$ باستعمال إي من الطريقتين LDR و WLSE ويحتسب على وفق الصيغة آلاتية:

$$\mathrm{BIAS_a}=\sum_{r=1}^{500}\ (a_i-\hat{a}_i(r))/500\quad ...(\ 14\ )$$

إذ إن a_i قد تكون أي قيمة من قيم عناصر المتجه $a=[\ \ -0.0553\ \ 0.1154\ \ 0.2919\ \ ]$ ، وكلما اقتربت قيمة هذا المعيار من الصفر ازدادت جودة التقديرات.

.8 متوسط مربعات خطأ تقدير المعلمة $(a_i \ \ \forall\ \ \mathbf{i=1,2,3})$ باستعمال إي من الطريقتين LDR و WLSE و يحتسب على وفق الصيغة آلاتية :

$$MSE_a = \sum_{r=1}^{500} (a_i - \hat{a}_i(r))^2 / 500 \quad ...(15)$$

إذ إن a_i قد سبق تعريفها كما مبين أعلاه وكلما اقتربت قيمة هذا المعيار من الصفر ازدادت جـودة التقديرات.

9. مقياس متوسط مربعات الخطاء (ρ_k) أو يكون هنا مساويا لـ ρ_3 وفقا لأنموذج AR(3) الذي يتم حسابه بطريقة LDR على وفق الصيغة (7) ويحتسب لكل تكرارات التجارب تبعا للصيغة آلاتية :

$$\hat{\rho}_3 = \sum_{r=1}^{500} \rho_3(r)/500 \quad ...(16)$$

10. مقياس مربعات الخطأءالموزون (B(a)) باستعمال الطريقة المقترحة WLSE ويحتسب على وفق الصيغة (11) ويحتسب لكل تكرارات التجارب تبعا للصيغة آلاتية :

$$\hat{B}(a) = \sum_{r=1}^{500} B(a)_{(r)}/500 \quad ...(17)$$

11. فضلا عن اختيار المقياس الإحصائي المتمثل بمعدل القيم المطلقة لنسب الأخطأ (Mean Absolute Percentage Error(MAPE)) باستعمال إي من الطريقتين LDR و WLSE لقياس دقة التنبوء الذي يحتسب على وفق الصيغة آلاتية [1] :

$$MAPE = (1/n)\sum_{t=1}^{n} | x_t - \hat{x}_t | / x_t \quad ...(18)$$

ويحتسب لجميع تكرارات التجارب (r =500) ثم يؤخذ المعدل لتلك القيم. ويمكن ان تضرب قيمة MAPE في 100، فاذا كانت القيمة المئوية لـ MAPE اقل من 10% فان دقة انموذج التنبوء تكون عالية جدا، واذا كانت القيمة المئوية لـ MAPE تتراوح 10%-20% فان دقة انموذج التنبوء تكون جيدة، اما اذا القيمة المئوية لـ MAPE تتراوح بين 20%و50% فان دقة انموذج التنبوء تكون معقولة او مقبولة،وتعد دقة انموذج التنبوء الاسوء عندما تكون القيمة المئوية لـ MAPE اكثرمن 50% [9].ويمكن القول الشئ نفسه حول القيم السالبة لمعيار MAPE.

3.1 استعراض النتائج التجريبية

في هذه الفقرة سنعرض النتائج التي تم الحصول عليها وتحليلها حسب توزيع متغير حد الخطأ لأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12)، وذلك عند تقدير معايير المفاضلة المتقدم ذكرها في المبحث (3) للتحري عن حصانة وجودة تقديرات طريقة LDR والطريقة المقترحة في البحث WLSE عند إحجام العينات المأخوذة (n). إذ لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجداول من(1 - (5-4)) ، انظر الملحق .

أولا: إن جودة تقدير الأنموذج في الصيغة (12) باستعمال طريقة LDR عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع

1. الطبيعي القياسي بالمعلمتين $(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$ ومن النتائج الواردة في جدول (1) انظر الملحق، نلاحظ ان جودة تقديرمعلمات الأنموذج (EES_a) عموما تزداد بزيادة حجم العينة (n). وعلى وفق معيار التحيز في تقديرالمعلمة ($BIAS_a$) فان التقديرات تكون اجود كلما اقتربت قيمة هذا المعيارمن الصفر، اذ تكون تلك القيم موجبة ومتناقصة بزيادة n لمعلمات الانموذج عدا المعلمة (a_1)، وبشكل عام تكون قيمة التحيزمتذبذبة بزيادة ونقصان. إما بالنسبة المعيار متوسط مربعات الخطاء في تقدير المعلمة (MSE_a) فان التقديرات تكون متناقصة بزيادة n. وتكون قيمة متوسط مربعات خطأ الأنموذج (ρ_3) متزايدة بزيادة n، وكذلك قيم المعيار الإحصائي MAPE تكون متزايدة بزيادة n عدا n=60,120 وكما مبين في الجدول (1).وتعد دقة انموذج التنبوء غيرمضبوطة(غير مقبولة) ولكل احجام العينات عدا n=60,120 التي تكون فيها القيمة المئوية لـ MAPE اقل من 50% .

2. اللوغارتمي الطبيعي بالمعلمتين $(\mu = 1, \sigma^2 = 1)$ ومن النتائج الواردة في جدول (1)، فان جودة تقدير معلمات الأنموذج (EES_a) تكون ضعيفة،إذ تكون تلك القيم اكبرمقارنة بالقيم المفترضة للأنموذج في الصيغة (12) التي ولدت منها السلسلة الزمنية، ومن ثم فان قيمة التحيز في تقدير المعلمة ($BIAS_a$) تكون سالبة عند معظم إحجام العينات ومتزايدة بزيادة n عموما، يرافقها تناقص قيمة معيارMSE_a بزيادة n،إذ تزداد جودة التقدير كلما اقتربت قيمة هذا المعيار من الصفر. ونلاحظ تناقص قيم ρ_3 بزيادة n عدا n=480 ،في حين تكون قيم المعيارالاحصائي MAPE متزايدة بزيادة حجم العينة عدا n=120 . وتعد دقة انموذج التنبوء غيرمضبوطة(غير مقبولة) لكل احجام العينات وفقا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اكبرمن 50%.

3. المنتظم المستمر بالمعلمتين $(a = -1, b = 1)$ ومن النتائج الواردة في جدول (1)، فان جودة تقدير المعلمة (EES_a) عموما تزداد بزيادة حجم العينة(n)، يرافقها تناقص في قيمة المعيارين $BIAS_a$ وMSE_a بزيادة n، إذ تزداد جودة التقديرات كلما اقتربت قيمة المعيارين من الصفر،في حين تزداد قيمة ρ_3 بزيادة n. إما قيمة المعيار الإحصائي MAPE فتكون متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n. وتعد دقة انموذج التنبوء جيدة(مقبولة) لكل احجام العينات عدا n=60 التي تكون فيها القيمة المئوية لـ MAPE اكبرمن 50% ، اذ تعد دقة انموذج التنبوء جيدة جدا عند احجام العينات n=30,120 التي تكون فيها القيمة المئوية لـ MAPE اقل من 10%.

4. (t) بدرجة حرية (2) ومن النتائج الواردة في جدول (1)، نلاحظ وبشكل عام ان جودة تقدير المعلمة (EES_a) تزداد بزيادة حجم العينة(n)، يرافقها تناقص في قيمة المعيارين $BIAS_a$ وMSE_a بزيادة n. وتكون قيمة ρ_3 متناقصة بزيادة n، إما قيمة المعيار الإحصائي MAPE فتكون متذبذبة بزيادة ونقصان ولأغلب حجوم العينات. وتعد دقة انموذج

التنبوء غيرمضبوطة(غير مقبولة) ولكل احجام العينات عدا n=30,240 التي تكون فيها القيمة المئوية لـ MAPE اقل من 50% .

ثانيا: إن جودة تقدير الأنموذج في الصيغة (12) باستعمال طريقة LDR عند خضوع متغير حد الخطأ لنماذج عدة مفترضة لـ ARCH(q) برتبة q=1,2 وكما ياتي :

1. لأنموذج ARCH(1) على وفق الصيغة $\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.25 + 0.45\varepsilon^2_{t-1}}$ عندما تكون $z_t \sim Normal\,(0,1)$ ومن النتائج الواردة في جدول (2) انظر الملحق،فان جودة تقدير المعلمة (EES_a) تزداد بزيادة حجم العينة (n)، يرافقها قيم متناقصة بزيادة n للمعيارين $BIAS_a$ وMSE_a، في حين تكون قيم ρ_3 متناقصة بزيادة n عدا n=480، اذ تزداد قيمة ρ_3 عندما يكون حجم العينة كبير جدا. إما قيمة المعيار الاحصائي MAPE فتكون متناقصة بزيادة n عند قيم n=30-120 ثم تأخذ بالتزايد عند بقية أحجام العينات الكبيرة. وتعد دقة انموذج التنبوء جيدة و مقبولة لكل احجام العينات عدا n=480 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اكبرمن50% ، وتعد دقة انموذج التنبوء جيدة جدا عند قيم n=60,240 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من10%.

2. لأنموذج ARCH(1) على وفق الصيغة $\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.5 + 0.2\varepsilon^2_{t-1}}$ عندما تكون $z_t \sim Normal\,(0,1)$ ومن النتائج الواردة في جدول (2)،نلاحظ وبصورة عامة ان جودة التقدير المعلمة (EES_a) تزداد بزيادة حجم العينة(n)، يرافقها تناقص في قيم المعيارين $BIAS_a$ وMSE_a بزيادة n. وتزداد قيمة ρ_3 بزيادة n، في حين تكون قيمة المعيار الإحصائي MAPE متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n عموما. وتعد دقة انموذج التنبوء جيدة و مقبولة لكل احجام العينات تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من50% . إذ تعد دقة انموذج التنبوء جيدة جدا عند قيم n=120,240 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من10%.

3. لأنموذج ARCH(2) على وفق الصيغة $\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.01 + 0.2\varepsilon^2_{t-1} + 0.2\varepsilon^2_{t-2}}$ عندما تكون $z_t \sim Normal\,(0,1)$ ومن النتائج الواردة في جدول (2)، فان جودة تقدير المعلمة (EES_a) وبشكل عام تزداد بزيادة حجم العينة (n)، يرافقها قيم متناقصة للتحيزفي تقديرالمعلمة ($BIAS_a$) وكذلك قيمة متوسط مربعات الخطأ في تقدير المعلمة (MSE_a) بزيادة n، في حين تكون قيمة ρ_3 متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n. وتكون قيمة المعيارالإحصائي MAPE متزايدة وبشكل عام بزيادة حجم العينة. وتعد دقة انموذج التنبوء جيدة لكل احجام العينات عدا الحجمين n=30,480 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اكبرمن50% .

4. لأنموذج ARCH(2) على وفق الصيغة $\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.2 + 0.2\varepsilon^2_{t-1} + 0.2\varepsilon^2_{t-2}}$ عندما تكون $z_t \sim Normal\,(0,1)$ ومن النتائج الواردة في جدول (2)،تزداد جودة تقديرالمعلمة بزيادة حجم العينة(n)، في حين تكون قيم المعيارين $BIAS_a$ وMSE_a متناقصة بزيادة n عموما، إما قيمة ρ_3 فتكون متزايدة بزيادة n، وتكون قيم المعيار الإحصائي MAPE متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة حجم العينة. وتعد دقة انموذج التنبوء جيدة لكل احجام العينات تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من50%، اذ تكون دقة انموذج التنبوء جيدة جدا عند حجم العينة n=120 وفقا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من10%.

ثالثا: إن جودة تقدير الأنموذج AR(3) على وفق الصيغة (12) باستعمال الطريقة المقترحة WLSE للتقدير عند قيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع

1. الطبيعي القياسي بالمعلمتين $(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$ ومن النتائج الواردة في الجدولين (3-1) و(3-5) ، انظر الملحق . نلاحظ ان جودة تقدير معلمات الأنموذج (EES_a) تتحسن بزيادة قيمة α وحجم العينة (n). وعلى وفق معيارالتحيز في تقدير المعلمة ($BIAS_a$) ومعيار متوسط مربعات خطأ تقدير المعلمة (MSE_a)، فأن تلك التقديرات تكون أجود كلما اقتربت قيمة المعلمة من الصفر وكما مبين في الجدول(3-1)، إذ تكون قيمة التحيز موجبة عند معظم إحجام العينات. إما لقيمة معيارمربعات الخطاء الموزون (B(a)) فتكون متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة قيمة n ومتزايدة بزيادة قيمة α عموما. ولقيم المعيار الإحصائي MAPE فتكون تلك القيم موجبة ولكل قيم α و n عدا $\alpha = 0.3$ و n=240، في حين تكون قيم متناقصة بزيادة n لقيم n=30-120 ولكل قيم α ، انظر الجدول (3-5).وعند القيمة $\alpha = 0.99$ فان دقة انموذج التنبوء تعد غيرجيدة لكل احجام العينات عدا قيمة n=120 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من 50%.

2. اللوغارتمي الطبيعي بالمعلمتين $(\mu = 1, \sigma^2 = 1)$ ومن النتائج الواردة في الجدولين(3-2)و(3-5) ، وعلى وفق معيار EES_a فان تلك التقديرات تكون اكبر مقارنة بالقيم المفترضة للأنموذج الذي ولدت منه السلسلة الزمنية ولكل قيم α وحجم العينة(n). إما على وفق معيار التحيز في تقدير المعلمة ($BIAS_a$) فتكون تلك القيم سالبة لكل قيم α و n. في حين تكون قيمة معيار متوسط مربعات خطأ تقدير المعلمة (MSE_a) متناقصة بزيادة قيمة α ومتناقصة بزيادة n

لقيمة $\alpha = 0.99$ بخلاف بقية قيم α. وتزداد قيمة معيار مربعات الخطأ الموزون ((B(a)) بزيادة قيمة α في حين تكون متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n. إما قيمة المعيار الإحصائي MAPE فتكون متناقصة بزيادة قيمة α ومتذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة قيمة n، وكما مبين في الجدول (5-3). وعند القيمة $\alpha = 0.99$ فان دقة انموذج التنبوء تعد غيرجيدة لكل احجام العينات تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اكبرمن50%.

3. المنتظم المستمر بالمعلمتين $(\mathbf{a} = -\mathbf{1}\ ,\mathbf{b} = \mathbf{1})$ ومن النتائج الواردة في الجدولين(3-3)و(3-5)، نلاحظ ان جودة التقديرتتحسن بزيادة قيمة α وحجم العينة (n) عموما. في حين تكون قيم التحيز في تقدير المعلمة ($BIAS_a$) متناقصة بزيادة n لقيمة $\alpha = 0.99$ بخلاف بقية قيم α. والشئ نفسه لمعيار متوسط مربعات خطأ تقدير المعلمة (MSE_a). إما قيمة معيار B(a) فتكون متزايدة بزيادة n لقيمة $\alpha = 0.99$ بخلاف بقية قيم α، التي تكون لأغلب حجوم العينات متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n. إما قيمة المعيار الإحصائي MAPE وكما مبين في الجدول (5-3) فتكون متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n ولأغلب قيم α، في حين تكون متزايدة بزيادة قيمة α ولأغلب حجوم العينات. وعند القيمة $\alpha = 0.99$ فان دقة انموذج التنبوء تعد جيدة لكل احجام العينات عدا قيمة n=60,240 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اكبرمن50%.

4. (t) بدرجة حرية (2) ومن النتائج الواردة في الجدولين(3-4)و(3-5) انظر الملحق، نلاحظ وبشكل عام ان جودة تقدير المعلمة تتحسن بزيادة قيمة α وثبوت حجم العينة (n). إما على وفق معيار التحيزفي تقدير المعلمة ($BIAS_a$) ومعيار متوسط مربعات خطأ تقدير المعلمة (MSE_a) فتكون تلك القيم غالبا متناقصة بزيادة قيمة α وثبوت n، في حين تكون متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n عموما بثبوت قيمة α، وبشكل عام تتحسن جودة التقدير كلما اقتربت تلك القيم من الصفر. إما بالنسبة لمعيار B(a) فتكون غالبا قيم متناقصة بزيادة n ولكل قيم α. ومن الجدول (3-5)نلاحظ ان قيمة المعيار الإحصائي MAPE تكون متذبذبة بزيادة ونقصان ولأغلب حجوم العينات بزيادة n وثبوت قيمة α. وعند القيمة $\alpha = 0.99$ فان دقة انموذج التنبوء تعد غيرجيدة لكل احجام العينات عدا قيمة n=30,240,480 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من50%.

رابعا: إن جودة تقدير الأنموذج AR(3) على وفق الصيغة (12) باستعمال الطريقة المقترحة للتقدير WLSE عند قيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ عند خضوع متغير حد الخطأ لنماذج مفترضة عديدة لـ ARCH(q) برتبة q=1,2 وكما يأتي :

1. لأنموذج ARCH(1) على وفق الصيغة $\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{z}_t\sqrt{\mathbf{0.25} + \mathbf{0.45}\boldsymbol{\varepsilon}^2_{t-1}}$ عندما تكون $\mathbf{z}_t \sim \mathbf{Normal}\,(\mathbf{0}\,,\mathbf{1})$ ومن النتائج الواردة في الجدولين (4-1) و (4-5)انظر الملحق، بشكل عام نلاحظ ان جودة تقدير المعلمة تتحسن بزيادة قيمة كل من α وحجم العينة (n). إما بالنسبة الى قيم المعيارين التحيز في تقدير المعلمة ($BIAS_a$) ومعيار متوسط مربعات خطأ تقدير المعلمة (MSE_a) فتكون متناقصة بزيادة قيمة كل من α و n بالتحديد لقيمة $\alpha = 0.99$، إذ تتحسن جودة التقديركلما اقتربت تلك القيم من الصفر. إما بالنسبة الى قيم معيار مربعات الخطأ الموزون ((B(a)) فتكون عموما متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n وقيمة α،وكما مبين في جدول (4-1) فان قيمة B(a) عند القيمة $\alpha = 0.99$ تكون متزايدة بزيادة حجم العينة. ومن الجدول (4-5) نلاحظ أن قيم المعيار الإحصائي MAPE تكون عموما متناقصة بزيادة قيمة α ولأغلب حجوم العينات. وعند القيمة $\alpha = 0.99$ فان دقة انموذج التنبوء تعد جيدة جدا لكل احجام العينات عدا قيمة n=480 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اكبرمن50%. إذ تعد دقة انموذج التنبوء جيدة جدا عند بقية الحجوم .

2. لأنموذج ARCH(1) على وفق الصيغة $\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{z}_t\sqrt{\mathbf{0.5} + \mathbf{0.2}\boldsymbol{\varepsilon}^2_{t-1}}$ عندما تكون $\mathbf{z}_t \sim \mathbf{Normal}\,(\mathbf{0}\,,\mathbf{1})$ ومن النتائج الواردة في الجدولين (4-2)و (4-5)، عموما نلاحظ ان جودة تقدير المعلمة تتحسن بزيادة قيمة كل من α وحجم العينة (n). والشئ نفسه لقيم المعيارين $BIAS_a$ وMSE_a. إما بالنسبة الى قيم B(a) فتكون متزايدة بزيادة α وثبوت n، في حين تكون تلك القيم متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n وثبوت قيمة α. إما بالنسبة لقيم المعيار الإحصائي MAPE المدونة في جدول (4-5) فان تلك القيم تكون متزايدة عموما بزيادة قيمة α ولأغلب حجوم العينات. وعند القيمة $\alpha = 0.99$ فان دقة انموذج التنبوء تعد جيدة لكل احجام العينات تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من50%. إذ تعد دقة انموذج التنبوء جيدة جدا عند حجم العينة n=120,240 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من10%.

3. لأنموذج ARCH(2) على وفق الصيغة $\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{z}_t\sqrt{\mathbf{0.01} + \mathbf{0.2}\boldsymbol{\varepsilon}^2_{t-1} + \mathbf{0.2}\boldsymbol{\varepsilon}^2_{t-2}}$ عندما تكون $\mathbf{z}_t \sim \mathbf{Normal}\,(\mathbf{0}\,,\mathbf{1})$ ومن النتائج الواردة في الجدولين (4-3)و (4-5)، بشكل عام نلاحظ ان جودة تقدير المعلمة تتحسن بزيادة قيمة كل من α وحجم العينة(n)، إذ إن جودة التقدير تكون أفضل عند حجوم العينات الكبيرة بالتحديد عند n=480. وتزداد جودة التقديرعلى وفق معيار التحيز في تقدير المعلمة ($BIAS_a$) ومعيار متوسط مربعات خطأ تقدير المعلمة (MSE_a) بزيادة حجم العينة (n) وقيمة α بالتحديد عند القيمة لـ$\alpha = 0.99$ إذ تكون

تلك القيم متناقصة بزيادة n، بخلاف بقية قيم α التي تكون فيها قيم المعيارين متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة n. إما بالنسبة الى قيم معيار مربعات الخطأ الموزون (B(a)) فتكون عموما متزايدة بزيادة n وقيمة α. ومن الجدول (4-5) نلاحظ ان قيم المعيار الإحصائي MAPE تكون متناقصة عموما بزيادة حجم العينة وقيمة α بالتحديد لقيمة $\alpha = 0.99$ بخلاف بقية قيم α، إذ تكون متذبذبة بزيادة ونقصان بزيادة حجم العينة. وعند القيمة $\alpha = 0.99$ فان دقة انموذج التنبوء تعد غير جيدة لكل احجام العينات عدا n=120,240 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من50%.

4. لأنموذج ARCH(2) على وفق الصيغة $\boldsymbol{\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.2 + 0.2\varepsilon^2_{t-1} + 0.2\varepsilon^2_{t-2}}}$ عندما تكون $\mathbf{z_t \sim Normal\,(0,1)}$ ومن النتائج الواردة في الجدولين (4-4)و (4-5)، بشكل عام نلاحظ ان جودة تقدير المعلمة تتحسن بزيادة قيمة كل من α وحجم العينة (n). والشئ نفسه لقيم التحيز في تقدير المعلمة ($BIAS_a$) ومعيار متوسط مربعات خطأ تقدير المعلمة (MSE_a)، إذ تتحسن جودة التقدير باقتراب قيمة المعيارين من الصفر. في حين تكون قيم معيار مربعات الخطأ الموزون (B(a)) متزايدة بزيادة قيمة α وحجم العينة. ومن الجدول (4-5) نلاحظ ان قيم المعيار الإحصائي MAPE تكون متناقصة عموما بزيادة قيمة α ولكل حجوم العينات المستعملة في البحث، في حين تكون متناقصة بزيادة حجم العينة عند القيمة $\alpha = 0.99$، ومتذبذبة بزيادة ونقصان لبقية قيم α بزيادة حجم العينة. وعند القيمة $\alpha = 0.99$ فان دقة انموذج التنبوء تعد جيدة لكل احجام العينات عدا قيمة n=30 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من50%.اذ تعد دقة انموذج التنبوء جيدة جدا عند الحجمين n=120,240 تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اقل من10%.

4. الجانب العملي

في هذا المبحث طبقت طريقتا التقدير LDR و WLSE المتقدم ذكرهما في الجانب النظري وربط الجانب التجريبي بالجانب العملي من خلال تطبيق طريقتي التقدير على البيانات المستحصلة من الواقع العملي. فقد اعتمدت البيانات المتوافرة في وحدة المتابعة والتخطيط للشركة العامة لتصنيع الحبوب في العراق. بالاعتماد التقارير السنوية التي تعدها وحدة المتابعة في هذه الشركة وهي من إحدى الشركات الصناعية والإنتاجية والتسويقية التابعة لوزارة التجارة، التي تهدف إلى المساهمة في دعم الاقتصاد الوطني في مجال إنتاج وتوزيع الطحين على الوكلاء لتامين توزيعه على المواطنين والإشراف على إنتاج الخبز والصمون في مصانع الشركة والقطاع الخاص. وقد تضمنت تلك البيانات كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) شهريا للمدة من سنة 2007 والى غاية سنة 2011 (انظر الجدول(7)المتضمن كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) شهريا) ،وعلى مستوى القطر. ويعتمد العاملون في وحدة المتابعة والتخطيط في تقدير الانتاج المخطط من كمية الحبوب المطحونة بالاعتماد على عدد الافراد في المحافظة التي يتم الحصول عليها من وزارة التجارة والمستحصلة من متابعة المتغيرات الشهرية التي تحدث على البطاقة التموينية مضروبا في تسعة التي تمثل حصة الفرد من الطحين مضروب في النسبة 102% . وهنا طبقت طريقتا التقدير LDR و WLSE للحصول على اربعة نماذج مقترحة للتقدير بكمية الحبوب المطحونة لغرض تحديد الانموذج الاكثر ملائمة للتقدير كمية الحبوب المطحونة وتبعا للمقياس الاحصائي الذي ترغب الشركة بالاعتماد عليه. وقد استعمل برنامج Matlab للحصول على النتائج المتعلقة بتطبيق طريقتي التقدير المتقدم ذكرهما.

فقد رسمت السلسلة الزمنية التي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) شهريا، بهدف الاطلاع على شكل السلسلة الزمنية (x) انظر الشكل (1) المبين في الملحق. و لمعرفة فيما إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة أم لا فقد رسمت قيم دالة الارتباط الذاتي (ACF) للسلسلة الزمنية (x) المتقدم ذكرهما. و تحسب قيم ACF للعينة عند الإزاحة k اي (Lag(k), k=0,1, 2,….) والتي يرمز لها بـ ($\hat{r}_k$) على وفق الصيغة الآتية:

$$\hat{r}_k = \hat{\gamma}_k / \hat{\gamma}_0, \qquad k = 0,1,...$$

إذ إن $\hat{r}_k = \hat{r}_{-k}$. إما صيغة حساب دالة التغاير الذاتية للعينة عند Lag(k) اي (Lag(k), k=0,1, 2,….) التي يرمز لها بـ $\hat{\gamma}(k)$ فتكون على وفق الاتي : -

$$\hat{\gamma}(k) = (1/n)\textstyle\sum_{t=k+1}^{n} (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x}), \qquad k = 0,1,...$$

وكما يتبين من الشكل (2) انظر الملحق ،نلاحظ منه ضعف استقرارية السلسلة الزمنية وذلك لعدم اقتراب قيم معاملات الارتباط الذاتي من الصفر بعد الإزاحة الأولى والثانية. وقد استعملت طريقة التقدير LDR وطريقة WLSE بقيم عدة لـ $\boldsymbol{\alpha = 0.3, 0.6, 0.99}$، لتقدير نماذج الانحدار الذاتي ضمن مجموعة قيم لـ p=1,2,3,4، إي تقدير أنموذج AR(1) وAR(2) وAR(3) و AR(4) ثم تحديد الرتبة المثلى للأنموذج تبعا لمقياس اقل قيمة لـ

- متوسط مربعات الخطأ (ρ) الذي يتم حسابه بطريقة LDR على وفق الصيغة (7).
- مربعات الخطأ الموزون (B(a)) باستعمال طريقة WLSE الذي يتم حسابه على وفق الصيغة (11).
- معدل القيم المطلقة لنسب الأخطاء (MAPE) الذي يتم حسابه على وفق الصيغة (18).

وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجدولين (5 و6) والمبينة في الملحق. وكما مبين من الجدول (5) بان الرتبة المثلى لأنموذج AR(p) تبعا لأقل قيمة لـ ρ بطريقة LDRعند الرتبة p=4 اي انموذج AR(4) ، الا انه تكون القيمة المئوية لـ MAPE اكبر من قيمة القيمة المئوية لـ MAPE عند الرتبة p=1 اي انموذج AR(1)، الا انه تكون قيمة لـ ρ اكبر مقارنة بقيمة ρ عند الرتبة p=4 .انظرالشكل (3) في الملحق الذي يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) التي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) مع القيم المقدرة لها بأنموذج AR(4). في حين تكون الرتبة المثلى عند الرتبة p=1 تبعا لأقل قيمة لـMAPE. وبشكل عام تعد دقة انموذج التنبوء مقبولة عند كل النماذج المقترحة AR(p) للرتب p=[1-4] وفقا للقيمة المئوية لـ MAPE اقل من 50%انظر المصدر [1] ،انظرالشكل (4) الذي يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) مع القيم المقدرة لها بأنموذج AR(1) بطريقةLDR .

ومن الجدول (6) نلاحظ ان جودة تقدير معلمات انموذج الانحدارالذاتي بطريقة WLSE تتحسن اي تحقق شرط الاستقرارية $\left|\sum_{i=1}^{p} a_i\right| < 1 \ \forall \ i = 1,2,..p$ بزيادة قيمة α بالتحديد عند القيمة $\alpha = 0.99$. ومن ثم سيتم تحديد الرتبة المثلى على وفق المعيارين المناظرين لقيم المعلمات التي تحقق شرط الاستقرارية، وبذلك ستكون الرتبة المثلى لأنموذج AR(p) تبعا لأقل قيمة لمتوسط مربعات الخطأ **(B(a))** عند القيمة $\alpha = 0.99$ عند الرتبة p=4، انظر الشكل (4) في الملحق الذي يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) والتي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) مع القيم المقدرة لها بأنموذج AR(4). في حين تكون الرتبة المثلى عند الرتبة p=1 تبعا لأقل قيمة لـ MAPE، انظرالشكل (4) الذي يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) مع القيم المقدرة لها بأنموذج AR(1) بطريقة WLSE عند القيمة $\alpha = 0.99$.

5. الاستنتاجات

تناولنا في هذا البحث كفاية وجودة التقدير بطريقةLevinson-Durbin التكرارية (LDR) وطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) في تقدير نماذج الانحدار الذاتي او ماتسمى بنماذج all-pole. لدراسة كفاية تقديرات تلك الطريقتين المتقدم ذكرهما لأنموذج AR(3) المستقر، عندما يحيد سلوك العملية عن الطبيعية، وذلك من خلال افتراض توزيعات احتمالية عدة لحد الخطأ لأنموذج AR(3) غير الطبيعية، فضلا عن افتراض بان حد الخطأ لأنموذجAR(3) يخضع لأنموذج ARCH(q) برتبة q=1,2، لحجوم مختلفة من العينات.

وقد تم التحري عن جودة التقدير من خلال مقياس التقدير التجريبي للمعلمة والتحيز في تقدير المعلمة ومتوسط مربعات الخطأ للمعلمة المحتسبة بكلا الطريقتين LDR وWLSE،ومتوسط مربعات الخطأ بطريقة LDR ومربعات الخطأ الموزونة المحتسبة بطريقة WLSE. فضلا عن احتساب المقياس الإحصائي المتمثل بمعدل القيم المطلقة لنسب الأخطأ (MAPE) ولكلا الطريقتين.

أولا: نبين أهم الاستنتاجات التي أفضت إليها النتائج التجريبية وكما ياتي:

1. عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع الطبيعي القياسي و التوزيع المنتظم المستمروتوزيع (t) وبشكل عام فان جودة التقدير تكون ممتازة لإحجام العينات الكبيرة على وفق مقاييس التقدير للمعلمة بطريقة LDR، إذ تزداد جودة التقدير كلما اقتربت قيمة التحيز في تقدير المعلمة ومتوسط مربعات الخطأ للمعلمة من الصفر،وتختلف دقة انموذج التنبوء عند خضوع متغير حد الخطأ لتوزيع معين وفقا لكل حجم من احجام العينات وبحسب القيمة المئوية لـ MAPE. إما بالنسبة لطريقة WLSE فيمكن تعميم ما تقدم ذكره غير إن جودة التقدير تزداد بزيادة قيمة α بالتحديد عند القيمة $\alpha = 0.99$.
2. إما عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع اللوغارتمي الطبيعي فان جودة تقدير المعلمة تقل ولأحجام العينات كافة على وفق مقياس التحيز في تقدير المعلمة ومتوسط مربعات الخطأ للمعلمة، إذ تكون التقديرات المعلمة اكبر مقارنة بالقيم المفترضة للأنموذج AR(3) ومن ثم تكون قيم التحيز سالبة ولكافة إحجام العينات بطريقة LDR. تعد دقة انموذج التنبوء غيرمضبوطة(غير مقبولة) لأحجام العينات كافة تبعا للقيمة المئوية لـ MAPE التي تكون اكبرمن 50%. إما بالنسبة الى طريقة WLSE فيمكن تعميم ما تقدم ذكره غيران جودة التقدير لم تتحسن بزيادة قيمة α وحجم العينة.
3. عند خضوع متغيرحد الخطأ لأنموذج ARCH(q) برتبة q=1,2 وتبعا لمعلمات كل أنموذج، إذ تتحسن جودة التقدير على وفق مقياس التحيز في تقدير المعلمة ومتوسط مربعات الخطأ للمعلمة بزيادة حجم العينة، ويكون التقدير ممتاز عند إحجام العينات الكبيرة n=240,480 بطريقة LDR، وتختلف دقة انموذج التنبوء عند خضوع متغير حد الخطأ لتوزيع معين تبعا لكل حجم من احجام العينات وبحسب القيمة المئوية لـ MAPE. إما بالنسبة لطريقة WLSE فيمكن تعميم ما تقدم ذكره غير إن جودة التقدير تزداد بزيادة قيمة α بالتحديد عند القيمة $\alpha = 0.99$.

ثانيا: ومن أهم الاستنتاجات التي أفضت إليها النتائج العملية،بان قيمة متوسط مربعات الخطأ (ρ_k) بطريقة Levinson-Durbin التكرارية(LDR) تكون اقل مقارنة بقيمة معيار مربعات الخطأ الموزون (B(a)) المحتسب بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE). وان كلا من طريقة التقديرLDR وطريقة WLSE حددت نفسها الرتبة المثلى

لأنموذج الانحدار الذاتي عند الرتبة عند الرتبة p=4 تبعا لمقياس اقل قيمة لمتوسط مربعات الخطاء (ρ_k) الذي يتم حسابه بطريقة LDR على وفق الصيغة (7) ومربعات الخطأ الموزون ((B(a)) باستعمال الطريقة المقترحة WLSE الذي يتم حسابه على وفق الصيغة (11). في حين حددت الرتبة p=1 تبعا لأقل قيمة لـ MAPE ولكلا الطريقتين المتقدم ذكرها.

References

1. Garg , Mohit. (2003). "Linear Prediction Algorithms", Indian Institute of Technology, Bombay, India, Apr 2003.
2. Roth, K., & Kauppinen, I. . (2003). "Frequency warped Burg's Methods for AR- Modeling ", IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics, October 19-22.
3. Liew, Venus Khim-Sen (2004). "Which Lag Length Selection Criteria Should We Employ?" Economics Bulletin, 3(33), 1-9.
4. Hwang,s.,y.. (2005)."Explosive random –coefficient AR(1) processes and related asymptotics for least squares estimation".Journal of time series analysis ISSN:01439782-Vol-26 , Issue-6, pages 807-824 provider : Blackwell publisher: Blackwell publishing DOI.
5. Zahid Asghar1 and Irum Abid2,(2007).Performance of Lag Length Selection Criteria in Three Different Situations. (By internet), interstat journals. Net/year 2007/articles.
6. Chen ,WillaW., Deo, Rohit S. (2010)"Weighted least squares approximate restricted likelihood estimation for vector autoregressive processes", Biometrika ISSN: 00063444, Vol. 97, Issue:1 Pages : 231-237, Provider: oxford University press(OUP) puplisher : oxford University press DOI:10.1093/biomety/asp071.
7. عباس ، جنان (2012)،" حول معايير المعلومات لتحديد طول الازاحة الفعلية لنماذج الانحدار الذاتي " بحث منشور في مجلة المنصور السنة الثانية عشرة- العدد (18) .
8. عباس ، جنان (2013)،" تحديد افضل مقدر خطي بطرق الانحدار الذاتي " بحث مقبول للنشر في مجلة كلية بغداد للعلوم الاقتصادية بموجب الكتاب ذي العدد م / 13/99 بتاريخ 2013/3/10.
9. Lewis, C. D. .(1982). Industrial and Business Forecasting Methods, London, Butterworths.
10. Broersen . P. M.T.. (2006)." Automatic Autocorrelation and Spectral Analysis", Springer-Verlag London Limited.
11. Wang, W., & Wong, A.K.. (2000). " A Model-Based Gear Diagnostic Technique ", DSTO Technical Report, DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory, Australia.
12. Wei, w. w. s. (1990). Time series Analysis: Univariate and Multivariate methods, Addison- wesly publishing –Inc., U.S.A.

جدول (1) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة Levinson – Durbin التكرارية (LDR) على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع الطبيعي القياسي $\varepsilon_t \sim Normal(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$ و التوزيع اللوغارتمي الطبيعي $\varepsilon_t \sim Lognormal(\mu = 1, \sigma^2 = 1)$ والتوزيع المنتظم المستمر $\varepsilon_t \sim Cont.\ Uniform(-1, 1)$ وتوزيع $\varepsilon_t \sim Student's\ t(df = 2)$.

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$\varepsilon_t \sim Normal(\mu=0,\sigma^2=1)$					$\varepsilon_t \sim Lognormal(\mu=1,\sigma^2=1)$				
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	ρ_3	MAPE	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	ρ_3	MAPE
30	-0.0553	-0.0442	-0.0111	0.0346	0.9199	0.6547	0.1429	-0.1982	0.0638	39.5867	0.7393
	0.1154	0.0599	0.0555	0.0350			0.2741	-0.1587	0.0489		
	0.2919	0.2348	0.0571	0.0355			0.4321	-0.1402	0.0410		
60	-0.0553	-0.0422	-0.0131	0.0157	0.9701	0.4588	0.1239	-0.1792	0.0437	39.1207	0.5329
	0.1154	0.0819	0.0335	0.0156			0.2775	-0.1621	0.0390		
	0.2919	0.2605	0.0314	0.0160			0.4427	-0.1508	0.0331		
120	-0.0553	-0.0487	-0.0066	0.0081	0.9897	-0.3477	0.1225	-0.1778	0.0372	38.6798	0.5810
	0.1154	0.0807	0.0347	0.0090			0.2809	-0.1655	0.0332		
	0.2919	0.2682	0.0237	0.0069			0.4341	-0.1422	0.0250		
240	-0.0553	-0.0473	-0.0080	0.0036	1.001	0.6693	0.1176	-0.1729	0.0329	38.5843	0.7385
	0.1154	0.0875	0.0279	0.0049			0.2805	-0.1651	0.0301		
	0.2919	0.2679	0.0240	0.0044			0.4364	-0.1445	0.0236		
480	-0.0553	-0.0480	-0.0073	0.0018	1.0002	9.7447	0.1187	-0.1740	0.0319	39.8901	0.7408
	0.1154	0.0934	0.0220	0.0023			0.2738	-0.1584	0.0270		
	0.2919	0.2728	0.0191	0.0020			0.4342	-0.1423	0.0217		

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$\varepsilon_t \sim Continuous\ Uniform(a=-1, b=1)$					$\varepsilon_t \sim Student's\ t(df=2)$				
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	ρ_3	MAPE	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	ρ_3	MAPE
30	-0.0553	-0.0444	-0.0109	0.0324	0.3055	-0.0426	-0.0551	-0.0002	0.0251	113.001	-0.3542
	0.1154	0.0532	0.0622	0.0362			0.0788	0.0366	0.0311		
	0.2919	0.2404	0.0515	0.0335			0.2448	0.0471	0.0325		
60	-0.0553	-0.0436	-0.0117	0.0159	0.3186	-0.8769	-0.0428	-0.0125	0.0148	25.0874	-1.8765
	0.1154	0.0742	0.0412	0.0190			0.0889	0.0265	0.0140		
	0.2919	0.2593	0.0326	0.0153			0.2563	0.0356	0.0146		
120	-0.0553	-0.0479	0.0074	0.0084	0.3303	-0.0640	-0.0459	-0.0094	0.0068	9.9756	2.9426
	0.1154	0.0836	0.0318	0.0090			0.0803	0.0351	0.0081		
	0.2919	0.2676	0.0243	0.0082			0.2667	0.0252	0.0068		
240	-0.0553	-0.0492	-0.0061	0.0045	0.3328	-0.4844	-0.0463	-0.0090	0.0034	10.8203	0.1324
	0.1154	0.0933	-0.0221	0.0044			0.0939	0.0215	0.0037		
	0.2919	0.2687	0.0232	0.0043			0.2668	0.0251	0.0035		
480	-0.0553	-0.0485	-0.0068	0.0020	0.3362	-0.1134	-0.0466	-0.0087	0.0019	13.499	-6.7570
	0.1154	0.0934	0.0220	0.0025			0.0933	0.0221	0.0021		
	0.2919	0.2681	0.0238	0.0024			0.2725	0.0194	0.0019		

تابع جدول (1)

ملاحظة: للحصول على القيمة المئوية لـ MAPE يتم ضرب القيمة المدونة بالجدول اعلاه في 100.

جدول(2) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة Levinson – Durbin التكرارية (LDR) على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ لأنموذج ARCH(q=1,2) تبعا لمعلمات كل أنموذج .

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t = -0.0553X_{t-1} + 0.1154X_{t-2} + 0.2919X_{t-3} + \varepsilon_t$ where									
		$\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.25+0.45\varepsilon^2_{t-1}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)					$\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.5+0.2\varepsilon^2_{t-1}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)				
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	ρ_3	MAPE	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	ρ_3	MAPE
30	-0.0553	-0.0451	-0.0102	0.0454	0.5684	0.2822	-0.0435	-0.0118	0.0504	0.5574	-0.1607
	0.1154	0.0462	0.0692	0.0416			0.0504	0.0650	0.0403		
	0.2919	0.2339	0.0580	0.0352			0.2376	0.0543	0.0336		
60	-0.0553	-0.0494	-0.0059	0.0281	0.4270	0.0812	-0.0488	-0.0065	0.0193	0.5961	-0.2990
	0.1154	0.0699	0.0455	0.0191			0.0730	0.0424	0.0193		
	0.2919	0.2555	0.0364	0.0150			0.2542	0.0377	0.0161		
120	-0.0553	-0.0425	-0.0128	0.0158	0.4568	-0.1436	-0.0550	-0.0003	0.0100	0.6172	0.0884
	0.1154	0.0831	0.0323	0.0114			0.0764	0.0390	0.0097		
	0.2919	0.2562	0.0357	0.0090			0.2616	0.0303	0.0078		
240	-0.0553	-0.0479	-0.0074	0.0083	0.4465	-0.0081	-0.0490	-0.0063	0.0056	0.6174	0.0327
	0.1154	0.0906	0.0248	0.0056			0.0904	0.0250	0.0047		
	0.2919	0.2635	0.0284	0.0048			0.2662	0.0257	0.0041		
480	-0.0553	0.0477	-0.0076	0.0047	0.4569	1.0830	-0.0457	-0.0096	0.0027	0.6282	-0.1726
	0.1154	0.0913	0.0241	0.0036			0.0926	0.0228	0.0025		
	0.2919	0.2709	0.0210	0.0025			0.2697	0.0222	0.0021		

تابع جدول (2)

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t = -0.0553X_{t-1} + 0.1154X_{t-2} + 0.2919X_{t-3} + \varepsilon_t$ where									
		$\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.01+0.2\varepsilon^2_{t-1}+0.2\varepsilon^2_{t-2}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)					$\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.2+0.2\varepsilon^2_{t-1}+0.2\varepsilon^2_{t-2}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)				
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	ρ_3	MAPE	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	ρ_3	MAPE
30	-0.0553	-0.0581	0.0028	0.0452	0.0146	-1.2162	-0.0532	-0.0021	-0.0021	0.2924	0.3404
	0.1154	0.0574	0.0580	0.0486			0.0533	0.0621	0.0621		
	0.2919	0.2410	0.0509	0.0336			0.2381	0.2381	0.0538		
60	-0.0553	-0.0544	-0.0009	0.0211	0.0162	0.1818	-0.0448	-0.0105	0.0214	0.3130	0.3444
	0.1154	0.0826	0.0328	0.0215			0.0717	0.0437	0.0249		
	0.2919	0.2507	0.0412	0.0153			0.2587	0.0332	0.0150		
120	-0.0553	-0.0474	-0.0079	0.0110	0.0159	0.2599	-0.0494	-0.0059	0.0111	0.3248	-0.0319
	0.1154	0.0790	0.0364	0.0118			0.0892	0.0262	0.0118		
	0.2919	0.2603	0.0316	0.0082			0.2645	0.0274	0.0082		
240	-0.0553	-0.0451	-0.0102	0.0060	0.0166	0.1149	-0.0497	-0.0056	0.0062	0.3289	0.1628
	0.1154	0.0847	0.0307	0.0071			0.0906	0.0248	0.0074		
	0.2919	0.2607	0.0312	0.0046			0.2663	0.0256	0.0045		
480	-0.0553	-0.0473	-0.0080	0.0029	0.0166	1.6938	-0.0455	-0.0098	0.0029	0.3364	-0.1309
	0.1154	0.0926	0.0228	0.0037			0.0911	0.0243	0.0036		
	0.2919	0.2673	0.0246	0.0028			0.2723	0.0196	0.0023		

ملاحظة: للحصول على القيمة المئوية لـ MAPE يتم ضرب القيمة المدونة بالجدول اعلاه في 100.

جدول (3-1) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ الطبيعي القياسي $\varepsilon_t \sim \text{Normal}(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$.

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t = -0.0553X_{t-1} + 0.1154X_{t-2} + 0.2919X_{t-3} + \varepsilon_t$											
		$\alpha = 0.3$				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.99$			
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)
30	-0.0553	-0.1141	0.0588	0.7470	5.666	-0.0663	0.0110	0.2380	3.4999	-0.0104	-0.0449	0.0344	13.314
	0.1154	-0.0238	0.1392	1.0215		-0.0139	0.1293	0.2898		0.0595	0.0559	0.0333	
	0.2919	0.2207	0.0712	0.9050		0.2015	0.0904	0.2786		0.2257	0.0662	0.0347	
60	-0.0553	-0.0669	0.0116	0.8509	6.2019	-0.0571	0.0018	0.2462	3.4487	-0.0286	-0.0267	0.0163	27.895
	0.1154	-0.0392	0.1546	0.8949		-0.0103	0.1257	0.2882		0.0826	0.0328	0.0152	
	0.2919	0.2256	0.0663	1.0345		0.2209	0.0710	0.2620		0.2555	0.0364	0.0159	
120	-0.0553	0.0024	-0.0577	0.7727	5.8337	-0.0504	-0.0049	0.2414	3.4519	-0.0440	-0.0113	0.0085	38.861
	0.1154	-0.0752	0.1906	1.1441		-0.0306	0.1460	0.3292		0.0827	0.0327	0.0095	
	0.2919	0.2085	0.0834	1.0773		0.2253	0.0666	0.3024		0.2684	0.0235	0.0076	
240	-0.0553	-0.0197	-0.0356	0.8016	4.7065	-0.0328	-0.0225	0.2965	3.2356	-0.0492	-0.0061	0.0049	47.945
	0.1154	-0.1534	0.2688	0.8985		-0.0717	0.1871	0.3195		0.0858	0.0296	0.0062	
	0.2919	0.2390	0.0529	0.8545		0.2180	0.0739	0.3044		0.2688	0.0231	0.0056	
480	-0.0553	-0.0502	-0.0051	0.8488	6.0156	-0.0452	-0.0101	0.3026	3.5806	-0.0527	-0.0026	0.0046	50.744
	0.1154	-0.0963	0.2117	0.9897		-0.0284	0.1438	0.3175		0.0926	0.0228	0.0051	
	0.2919	0.3529	-0.0610	0.9424		0.2877	0.0042	0.2903		0.2700	0.0219	0.0049	

جدول (3-2) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع اللوغارتمي الطبيعي $\varepsilon_t \sim \text{Lognormal}(\mu = 1, \sigma^2 = 1)$.

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t = -0.0553X_{t-1} + 0.1154X_{t-2} + 0.2919X_{t-3} + \varepsilon_t$											
		$\alpha = 0.3$				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.99$			
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)
30	-0.0553	0.1668	-0.2221	2.8430	4251.5	0.1689	-0.2242	0.7619	2351.9	0.1816	-0.2369	0.0787	137690
	0.1154	0.4081	-0.2927	2.3816		0.3490	-0.2336	1.0329		0.2779	-0.1625	0.0529	
	0.2919	0.6457	-0.3538	3.0811		0.5267	-0.2348	1.0963		0.4151	-0.1232	0.0411	
60	-0.0553	0.1969	-0.2522	1.6897	2816.6	0.2179	-0.2732	0.3723	1704.2	0.1406	-0.1959	0.0495	20342
	0.1154	0.2709	-0.1555	2.2647		0.2659	-0.1505	0.3739		0.2784	-0.1630	0.0391	
	0.2919	0.7735	-0.4816	2.8540		0.5622	-0.2703	0.5860		0.4328	-0.1409	0.0297	
120	-0.0553	0.0185	-0.0738	7.7458	2386.4	0.1282	-0.1835	0.4000	2319.7	0.1277	-0.1830	0.0393	14023
	0.1154	0.3893	-0.2739	3.9471		0.3062	-0.1908	0.6520		0.2812	-0.1658	0.0335	
	0.2919	0.7721	-0.4802	4.5691		0.5982	-0.3063	0.9715		0.4327	-0.1408	0.0246	
240	-0.0553	0.1440	-0.1993	1.0419	21075	0.1279	-0.1832	0.2791	5902.5	0.1184	-0.1737	0.0342	3350.0
	0.1154	0.3292	-0.2138	2.4465		0.2823	-0.1669	0.4903		0.2786	-0.1632	0.0307	
	0.2919	0.7980	-0.5061	3.9589		0.6244	-0.3325	1.0360		0.4395	-0.1476	0.0255	
480	-0.0553	0.1101	-0.1654	2.6402	4947	0.1594	-0.2147	0.4607	2180.8	0.1198	-0.1751	0.0337	2774.7
	0.1154	0.3939	-0.2785	3.2231		0.3073	-0.1919	0.5414		0.2727	-0.1573	0.0285	
	0.2919	0.6934	-0.4015	2.2900		0.5544	-0.2625	0.5502		0.4365	-0.1446	0.0238	

جدول (3-3) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع $\varepsilon_t \sim$ Continuous Uniform $(a=-1\ ,b=1)$.

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t=-0.0553X_{t-1}+0.1154X_{t-2}+0.2919X_{t-3}+\varepsilon_t$											
		$\alpha=0.3$				$\alpha=0.6$				$\alpha=0.99$			
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)
30	-0.0553	-0.0073	-0.0480	0.7854	1.4338	-0.0571	0.0018	0.2458	0.9571	0.0435	-0.0988	0.0382	5.6746
	0.1154	-0.0420	0.1574	0.7984		-0.0351	0.1505	0.2712		0.0531	0.0623	0.0295	
	0.2919	0.2747	0.0172	0.8540		0.2483	0.0436	0.2512		0.2185	0.0734	0.0315	
60	-0.0553	-0.0041	-0.0594	0.8089	1.3503	-0.0270	-0.0283	0.2653	0.9400	-0.0032	-0.0521	0.0177	8.8567
	0.1154	-0.0457	0.1611	0.8796		0.0011	0.1143	0.3108		0.0732	0.0422	0.0182	
	0.2919	0.2419	0.0500	0.8221		0.2171	0.0748	0.3009		0.2487	0.0432	0.0158	
120	-0.0553	-0.0310	-0.0243	0.9230	1.361	-0.0139	-0.0414	0.2645	0.9310	-0.0314	-0.0239	0.0096	12.863
	0.1154	-0.1627	0.2781	0.9228		-0.0599	0.1753	0.2737		0.0817	0.0337	0.0093	
	0.2919	0.2250	0.0669	0.7729		0.1919	0.1000	0.2666		0.2609	0.0310	0.0092	
240	-0.0553	-0.0452	-0.0101	0.7788	1.3618	-0.0501	-0.0052	0.2391	1.0193	-0.0463	-0.0090	0.0062	15.864
	0.1154	0.0191	0.0963	0.7815		0.0079	0.1075	0.2551		0.0913	0.0241	0.0061	
	0.2919	0.2206	0.0713	0.8875		0.2115	0.0804	0.2759		0.2638	0.0281	0.0058	
480	-0.0553	-0.0614	0.0061	0.7269	1.5138	-0.0742	0.0189	0.2609	1.0012	-0.0465	-0.0088	0.0045	17.061
	0.1154	-0.0969	0.2123	0.7163		-0.0565	0.1719	0.2411		0.0873	0.0281	0.0059	
	0.2919	0.2660	0.0259	0.7567		0.2290	0.0629	0.2720		0.2641	0.0278	0.0052	

جدول (3-4) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع $\varepsilon_t \sim$ Student's t(df = 2).

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t=-0.0553X_{t-1}+0.1154X_{t-2}+0.2919X_{t-3}+\varepsilon_t$											
		$\alpha=0.3$				$\alpha=0.6$				$\alpha=0.99$			
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)
30	-0.0553	-0.0170	-0.0383	2.3700	3298.5	-0.0365	-0.0188	0.5448	2107.4	-0.0441	-0.0112	0.0254	365437
	0.1154	-0.0475	0.0679	4.4474		0.0361	0.0793	0.5005		0.0817	0.0337	0.0312	
	0.2919	0.2169	0.0750	4.8662		0.2097	0.0822	1.1619		0.2400	0.0519	0.0409	
60	-0.0553	-0.1035	0.0482	1.0216	17966	-0.0756	0.0203	0.2435	1714.3	-0.0391	-0.0162	0.0150	213011
	0.1154	0.0206	0.0948	4.4032		0.0454	0.0700	0.9763		0.0897	0.0257	0.0142	
	0.2919	0.2855	0.0064	10.441		0.2075	0.0844	2.0185		0.2542	0.0377	0.0152	
120	-0.0553	-0.0739	0.0186	1.0850	7815.5	-0.0642	0.0089	0.2552	1285.7	-0.0449	-0.0104	0.0076	9581.7
	0.1154	-0.1091	0.2245	1.6379		-0.0393	0.1547	0.3715		0.0799	0.0355	0.0086	
	0.2919	0.2527	0.0392	1.5891		0.2531	0.0388	0.3925		0.2659	0.0260	0.0085	
240	-0.0553	-0.1385	0.0832	2.3156	1459.7	-0.0841	0.0288	0.7208	891.28	-0.0480	-0.0073	0.0043	1790.5
	0.1154	-0.1236	0.2390	2.9264		-0.0448	0.1602	0.7343		0.0946	0.0208	0.0050	
	0.2919	0.4182	-0.1263	7.4484		0.3556	-0.0637	2.9002		0.2673	0.0246	0.0047	
480	-0.0553	-0.0954	0.0401	0.8485	1384.9	-0.0666	0.0113	0.2639	23683	-0.0462	-0.0091	0.0033	2518.4
	0.1154	-0.1100	0.2254	2.1260		-0.0323	0.1477	0.5110		0.0913	0.0241	0.0042	
	0.2919	0.2874	0.0045	2.5413		0.2453	0.0466	0.6892		0.2695	0.0224	0.0036	

جدول (3-5) يوضح قيمة معيار MAPE المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ للتوزيع الطبيعي القياسي $\varepsilon_t \sim Normal\,(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$ واللوغارتمي الطبيعي $\varepsilon_t \sim Lognormal\,(\mu = 1, \sigma^2 = 1)$ وتوزيع المنتظم المستمر $\varepsilon_t \sim Cont.\,Uniform\,(-1, 1)$ و $\varepsilon_t \sim Student's\ t(df = 2)$.

حجم العينة (n)	$X_t = -0.0553X_{t-1} + 0.1154X_{t-2} + 0.2919X_{t-3} + \varepsilon_t$											
	$\varepsilon_t \sim Normal(\mu=0,\sigma^2=1)$			$\varepsilon_t \sim Lognormal(\mu=1,\sigma^2=1)$			$\varepsilon_t \sim Cont.\ Uniform(-1,1)$			$\varepsilon_t \sim Student's\ t(df=2)$		
	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.99$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.99$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.99$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.99$
30	3.1437	1.0876	0.9967	4.9977	2.1436	0.8202	-0.7366	-0.0614	0.1188	-0.6939	0.1365	-0.0663
60	0.0557	-0.0727	0.6176	8.668	4.8582	1.0386	-5.1599	-2.5934	-0.8950	-20.670	-6.4489	-2.1853
120	-1.0935	-1.0330	-0.4870	2.2441	1.1468	0.7605	0.1682	-0.0693	0.0394	0.3701	0.7084	1.3461
240	1.5295	1.4543	0.6966	-0.8975	1.8134	1.0243	-3.5927	-0.9730	-0.5815	2.5013	0.6212	0.0309
480	10.6441	2.8074	6.1855	4.3344	2.0252	0.8067	-0.6072	-0.0196	-0.0588	-43.359	-40.352	-0.7357

ملاحظة: للحصول على القيمة المئوية لـ MAPE يتم ضرب القيمة المدونة بالجدول اعلاه في 100.

جدول (4-1) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ لأنموذج ARCH(q=1) تبعا لمعلمات كل أنموذج.

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t = -0.0553X_{t-1} + 0.1154X_{t-2} + 0.2919X_{t-3} + \varepsilon_t$ where $\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.25 + 0.45\varepsilon^2_{t-1}}$ & $z_t \sim Normal(0,1)$											
		$\alpha=0.3$				$\alpha=0.6$				$\alpha=0.99$			
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)
30	-0.0553	-0.0390	-0.0163	0.8671	4.4017	-0.0379	-0.0174	0.2689	2.3720	0.0092	-0.0645	0.0464	11.373
	0.1154	-0.1097	0.2251	0.9709		-0.0664	0.1818	0.2943		0.0474	0.0680	0.0360	
	0.2919	0.2877	0.0042	0.8517		0.2562	0.0357	0.2560		0.2203	0.0716	0.0341	
60	-0.0553	-0.0393	-0.0160	0.8661	3.0457	-0.0692	0.0139	0.2711	2.0965	-0.0172	-0.0381	0.0281	13.211
	0.1154	0.0776	0.1930	1.3617		-0.0485	0.1639	0.3403		0.0672	0.0482	0.0180	
	0.2919	0.2716	0.0203	1.3512		0.2441	0.0478	0.3004		0.2447	0.0472	0.0146	
120	-0.0553	-0.0394	-0.0159	0.7112	8.3394	-0.0432	-0.0121	0.2675	2.4982	-0.0312	-0.0241	0.0167	19.213
	0.1154	-0.1238	0.2392	1.0691		-0.0646	0.1800	0.3369		0.0825	0.0389	0.0121	
	0.2919	0.1733	0.1186	1.1187		0.1853	0.1066	0.3107		0.2514	0.0405	0.0097	
240	-0.0553	-0.0439	-0.0114	0.9765	3.6586	-0.0550	-0.0003	0.3316	2.3246	-0.0459	-0.0094	0.0111	22.246
	0.1154	-0.1755	0.2909	1.1483		-0.0935	0.2089	0.3378		0.0865	0.0289	0.0077	
	0.2919	0.3221	-0.0302	1.2292		0.2513	0.0406	0.3038		0.2614	0.0305	0.0063	
480	-0.0553	-0.1410	0.0857	0.9803	3.4812	-0.1186	0.0633	0.3136	2.2761	-0.0489	-0.0064	0.0105	23.778
	0.1154	-0.1042	0.2196	1.3536		-0.0577	0.1731	0.3765		0.0861	0.0293	0.0063	
	0.2919	0.2468	0.0451	1.2819		0.2328	0.0591	0.3892		0.2698	0.0221	0.0051	

جدول (4-2) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ لأنموذج ARCH(q=1) تبعا لمعلمات كل أنموذج .

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t = -0.0553X_{t-1} + 0.1154X_{t-2} + 0.2919X_{t-3} + \varepsilon_t$ where $\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.5 + 0.2\varepsilon^2_{t-1}}$ & $z_t \sim Normal(0,1)$											
		$\alpha = 0.3$				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.99$			
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)
30	-0.0553	-0.0568	0.0015	0.8268	3.825	-0.0445	-0.0108	0.2810	2.3127	0.0114	-0.0667	0.0495	11.194
	0.1154	-0.0585	0.1739	0.9956		-0.0159	0.1313	0.3137		0.0513	0.0641	0.0350	
	0.2919	0.2403	0.0516	0.9840		0.2229	0.0690	0.2744		0.2248	0.0671	0.0327	
60	-0.0553	-0.0354	-0.0199	0.8126	3.8383	-0.0290	-0.0263	0.3110	2.3659	-0.0260	-0.0293	0.0203	17.269
	0.1154	-0.1234	0.2388	1.1882		-0.0706	0.1860	0.3573		0.0707	0.0447	0.0190	
	0.2919	0.3231	-0.0312	1.2307		0.2375	0.0544	0.2906		0.2478	0.0441	0.0165	
120	-0.0553	-0.1155	0.0602	0.8125	3.2084	-0.0683	0.0130	0.2813	2.1962	-0.0493	-0.0060	0.0107	24.558
	0.1154	-0.0781	0.1935	1.0217		-0.0165	0.1319	0.2718		0.0767	0.0387	0.0099	
	0.2919	0.3028	-0.0109	0.8506		0.2462	0.0457	0.2849		0.2597	0.0322	0.0085	
240	-0.0553	0.0126	-0.0679	0.8337	4.0091	0.0033	-0.0586	0.2957	2.5211	-0.0438	-0.0115	0.0077	29.697
	0.1154	-0.0673	0.1827	1.0947		-0.0337	0.1491	0.3392		0.0863	0.0291	0.0066	
	0.2919	0.2824	0.0095	1.0996		0.2558	0.0361	0.3340		0.2646	0.0273	0.0057	
480	-0.0553	0.0563	-0.1116	0.8248	3.065	0.0201	-0.0754	0.2816	2.2242	-0.0457	-0.0096	0.0060	32.080
	0.1154	-0.0808	0.1962	0.9910		-0.0392	0.1546	0.3070		0.0864	0.0290	0.0060	
	0.2919	0.2659	0.0260	1.0575		0.2441	0.0478	0.3299		0.2713	0.0206	0.0047	

جدول (4-3) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12) وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ لأنموذج ARCH(q=2) تبعا لمعلمات كل أنموذج.

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$X_t = -0.0553X_{t-1} + 0.1154X_{t-2} + 0.2919X_{t-3} + \varepsilon_t$ where $\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.01 + 0.2\varepsilon^2_{t-1} + 0.2\varepsilon^2_{t-2}}$ & $z_t \sim Normal(0,1)$											
		$\alpha = 0.3$				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.99$			
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)
30	-0.0553	-0.1049	0.0496	0.7950	0.0954	-0.0660	0.0107	0.2464	0.0626	0.6307	-0.6860	0.4857	0.3804
	0.1154	-0.0579	0.1733	1.0304		-0.0314	0.1468	0.3220		0.0380	0.0774	0.0118	
	0.2919	0.3411	-0.0492	1.2332		0.2773	0.0146	0.2978		0.0690	0.2229	0.0566	
60	-0.0553	-0.0707	0.0154	0.8478	0.1319	-0.0568	0.0015	0.2613	0.0777	0.3980	-0.4533	0.2194	0.5993
	0.1154	-0.0910	0.2064	1.0768		-0.0181	0.1335	0.3630		0.0600	0.0554	0.0103	
	0.2919	0.2371	0.0548	1.2697		0.2400	0.0519	0.3223		0.1251	0.1668	0.0350	
120	-0.0553	-0.0308	-0.0245	1.0235	0.1446	-0.0570	0.0017	0.2490	0.0758	0.1712	-0.2265	0.0604	0.7384
	0.1154	-0.0724	0.1878	1.1845		-0.0242	0.1396	0.3187		0.0679	0.0475	0.0090	
	0.2919	0.3097	-0.0178	2.0132		0.2334	0.0585	0.3221		0.1940	0.0979	0.0153	
240	-0.0553	-0.0613	0.0060	0.7423	0.0969	-0.0468	-0.0085	0.2766	0.0646	0.0161	-0.0714	0.0129	0.8395
	0.1154	-0.0840	0.1994	1.7620		-0.0586	0.1740	0.3574		0.0799	0.0355	0.0083	
	0.2919	0.3573	-0.0654	1.2554		0.2421	0.0498	0.3213		0.2398	0.0521	0.0076	
480	-0.0553	-0.0986	0.0433	0.9530	0.0833	-0.0843	0.0295	0.2818	0.0664	-0.0438	-0.0115	0.0071	0.8593
	0.1154	-0.0914	0.2063	1.0971		-0.0340	0.1494	0.3453		0.0867	0.0287	0.0075	
	0.2919	0.3107	-0.0188	1.0851		0.2579	0.0340	0.2913		0.2623	0.0296	0.0055	

جدول (4-4) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12)،وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ لأنموذج ARCH(q=2) تبعا لمعلمات كل أنموذج .

حجم العينة (n)	قيمة المعلمة (a)	$x_t = -0.0553x_{t-1} + 0.1154x_{t-2} + 0.2919x_{t-3} + \varepsilon_t$ where $\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.2 + 0.2\varepsilon^2_{t-1} + 0.2\varepsilon^2_{t-2}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)											
		$\alpha = 0.3$				$\alpha = 0.6$				$\alpha = 0.99$			
		EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)	EES_a	$BIAS_a$	MSE_a	B(a)
30	-0.0553	-0.0719	0.0166	0.7217	1.8800	-0.0605	0.0052	0.3031	1.1475	0.0486	-0.1039	0.0490	5.8120
	0.1154	-0.0812	0.1966	1.0914		-0.0444	0.1598	0.3606		0.0549	0.0605	0.0340	
	0.2919	0.2504	0.0415	0.8297		0.2167	0.0752	0.2868		0.2121	0.0798	0.0290	
60	-0.0553	0.0286	-0.0839	1.0200	1.6508	0.0118	-0.0671	0.3163	1.3036	-0.0039	-0.0514	0.0234	9.1924
	0.1154	-0.0009	0.1163	1.1879		0.0133	0.1021	0.3417		0.0716	0.0438	0.0229	
	0.2919	0.2984	-0.0063	1.1266		0.2471	0.0448	0.2923		0.2478	0.0441	0.0154	
120	-0.0553	-0.0909	0.0356	0.7821	2.2177	-0.0704	0.0151	0.2586	1.4775	-0.0356	-0.0197	0.0122	13.140
	0.1154	-0.0464	0.1618	0.9526		-0.0293	0.1447	0.3083		0.0887	0.0267	0.0123	
	0.2919	0.3523	-0.0604	1.0098		0.2600	0.0319	0.3099		0.2597	0.0322	0.0092	
240	-0.0553	-0.0617	0.0064	0.9889	2.0414	-0.0547	-0.0006	0.2815	1.3144	-0.0507	-0.0046	0.0083	16.066
	0.1154	-0.0889	0.2043	1.2824		-0.0224	0.1378	0.3604		0.0862	0.0292	0.0095	
	0.2919	0.3396	-0.0477	1.2185		0.2743	0.0176	0.3404		0.2684	0.0235	0.0053	
480	-0.0553	-0.0037	-0.0516	0.8117	1.9437	-0.0208	-0.0345	0.2498	1.3780	-0.0464	-0.0089	0.0066	17.003
	0.1154	-0.0678	0.1832	0.9158		-0.0207	0.1361	0.3157		0.0861	0.0293	0.0075	
	0.2919	0.3070	-0.0151	1.1242		0.2179	0.0740	0.3269		0.2676	0.0243	0.0054	

جدول (4-5) يوضح قيمة معيار MAPE معايير المفاضلة المستعملة المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة(WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ على وفق حجوم العينات المأخوذة وقيم معلمات الأنموذج AR(3) المستقر في الصيغة (12)،وذلك عند خضوع متغير حد الخطأ لأنموذج ARCH(q=1,2) تبعا لمعلمات كل أنموذج.

حجم العينة (n)	$x_t = -0.0553x_{t-1} + 0.1154x_{t-2} + 0.2919x_{t-3} + \varepsilon_t$ where											
	$\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.25 + 0.45\varepsilon^2_{t-1}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)			$\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.5 + 0.2\varepsilon^2_{t-1}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)			$\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.01 + 0.2\varepsilon^2_{t-1} + 0.2\varepsilon^2_{t-2}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)			$\varepsilon_t = z_t\sqrt{0.2 + 0.2\varepsilon^2_{t-1} + 0.2\varepsilon^2_{t-2}}$ & $z_t \sim$ Normal (0,1)		
	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.99$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.99$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.99$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.99$
30	0.0619	0.0344	-0.0159	-2.5389	-1.3045	0.3929	-2.9278	0.2508	-1.2313	2.0300	0.6800	0.5750
60	-0.4803	-0.3405	0.0994	-5.4530	-4.4062	-0.5057	-0.4087	-0.4083	-2.4898	3.3500	1.2689	0.4074
120	-0.8308	-0.5028	-0.0932	0.2044	-0.2759	0.0647	-0.1035	-0.3817	0.4187	0.8540	0.6310	0.0214
240	0.1002	-0.1683	0.0468	3.3522	1.4125	-0.0086	3.9194	2.2672	0.4131	1.5183	0.2908	-0.0675
480	3.0971	1.7757	0.9343	-3.5773	-2.7403	0.2289	14.0936	13.0152	1.5463	2.8058	0.7382	-0.1123

ملاحظة: للحصول على القيمة المئوية لـ MAPE يتم ضرب القيمة المدونة بالجدول اعلاه في 100.

جدول (5) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة التي تشمل قيم المعلمات المقدرة وقيم متوسط مربعات الخطأ (ρ) مع قيم معيار MAPE المحتسبة بطريقة Levinson-Durbin التكرارية (LDR) عندما يكون حجم العينة n=60 لأنموذج الانحدار الذاتي (AR(p)) عندما تكون (p=1,2,3,4) .

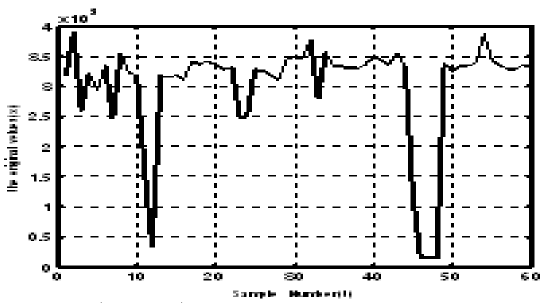
Model	a_1	a_2	a_3	a_4	ρ	MAPE
AR(1)	0.9668				$6.4348e^{+9}$	0.3208
AR(2)	0.9440	0.0236			$6.4312e^{+9}$	0.3295
AR(3)	0.9406	-0.1120	0.1436		$6.2985e^{+9}$	0.3907
AR(4)	0.9234	-0.0986	0.0314	0.1194	$6.2089e^{+9}$	0.4333

ملاحظة: للحصول على القيمة المئوية لـ MAPE يتم ضرب القيمة المدونة بالجدول اعلاه في 100.

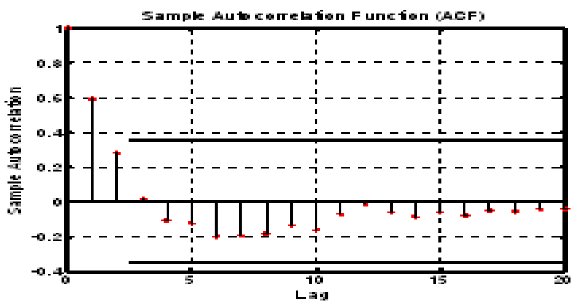
جدول (6) يوضح قيم معايير المفاضلة المستعملة التي تشمل قيم المعلمات المقدرة وقيم متوسط مربعات الخطأ (B(a)) مع قيم معيار MAPE المحتسبة بطريقة اقل مربعات الخطأ الموزونة (WLSE) ولقيم عدة لـ $\alpha = 0.3, 0.6, 0.99$ عندما يكون حجم العينة n=60 لأنموذج الانحدار الذاتي (AR(p)) عندما تكون (p=1,2,3,4) .

Model	α	a_1	a_2	a_3	a_4	B(a)	MAPE
AR(1)	0.3	1.0034				$3.3332e^{+7}$	0.3253
	0.6	0.9998				$4.9068e^{+8}$	0.3109
	0.99	0.9703				$1.4900e^{+11}$	0.3303
AR(2)	0.3	0.8937	0.111			$7.9649e^{+7}$	1.6450
	0.6	0.9400	0.0601			$8.3464e^{+8}$	1.3026
	0.99	0.9573	0.0135			$1.7511e^{+11}$	0.3694
AR(3)	0.3	0.9108	0.0412	0.0522		$9.1074e^{+7}$	2.1960
	0.6	0.9373	0.0357	0.0269		$1.2511e^{+9}$	1.7984
	0.99	0.9561	-0.0761	0.0953		$2.0324e^{+11}$	0.4722
AR(4)	0.3	0.9360	-0.005	-0.0164	0.0872	$1.3216e^{+8}$	5.5198
	0.6	0.9320	0.0314	-0.0355	0.0710	$3.4992e^{+9}$	3.0578
	0.99	0.9459	-0.0677	-0.0055	0.1074	$2.3015e^{+11}$	0.5190

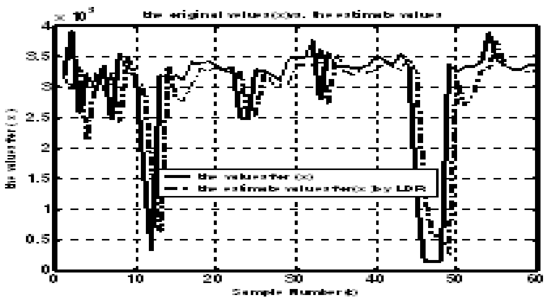
ملاحظة: للحصول على القيمة المئوية لـ MAPE يتم ضرب القيمة المدونة بالجدول اعلاه في 100.



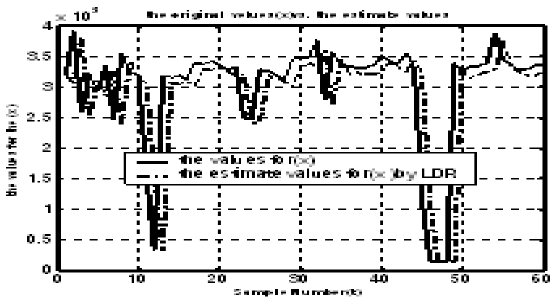
شكل (1) يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) التي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) شهريا.



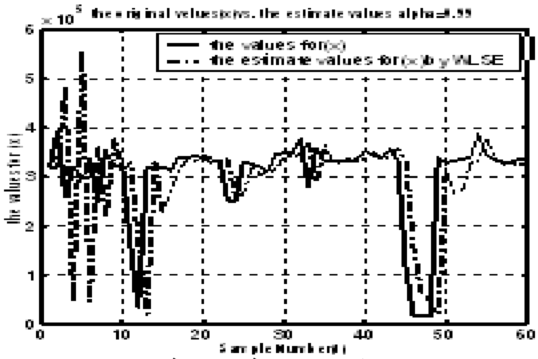
شكل (2) يوضح رسم قيم دوال الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية (x) التي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) شهريا.



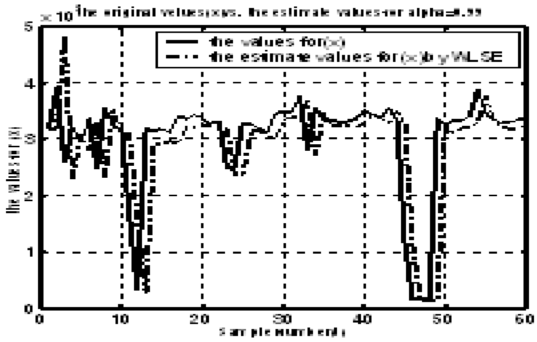
شكل (3) يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) التي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) مع القيم المقدرة لها بأنموذج الانحدار الذاتي AR(4) تبعا لأقل قيمة لـ ρ بطريقة LDR .



شكل (4) يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) التي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) مع القيم المقدرة لها بأنموذج الانحدار الذاتي AR(1) تبعا لأقل قيمة لـ MAPE بطريقة LDR .

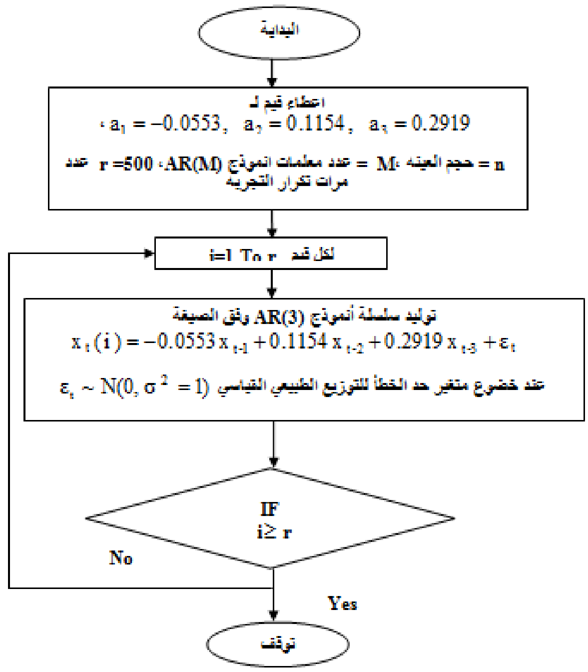


شكل (5) يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) التي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) مع القيم المقدرة لها بأنموذج الانحدار الذاتي AR(4) تبعا لأقل قيمة لـ B(a) بطريقة WLSE.



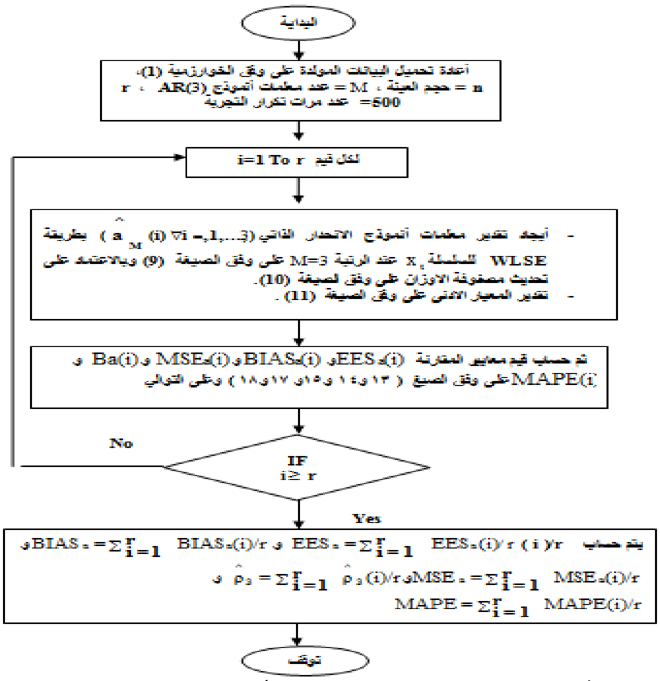
شكل (6) يوضح رسم قيم السلسلة الزمنية (x) التي تمثل كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) مع القيم المقدرة لها بأنموذج الانحدار الذاتي AR(1) تبعا لأقل قيمة لـ MAPE بطريقة WLSE.

الخوارزمية رقم (1): لتوليد سلسلة أنموذج AR(3) تبعا لتوزيع حد الخطأ المفترض في البحث وحجم العينة (n) .



ملاحظه : يتم تكرار الخطوات نفسها أعلاه لتوليد سلسلة أنموذج AR(3) تبعا ولكل حجم عينة n،ولكل توزيع من التوزيعات المفترضة لمتغير حد الخطأ قيد البحث.

الخوارزمية رقم (2) : تقدير قيم معلمات أنموذج AR(3) بطريقة (LDR) بالاعتماد على قيم السلسلة المولدة وعلى وفق الخطوات المتقدم ذكرها في الخوارزمية (1).

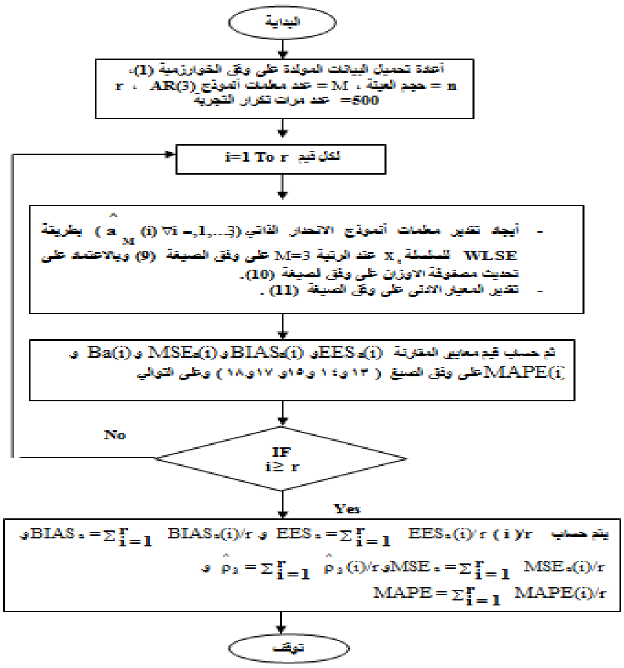


ملاحظة: يتم تكرار الخطوات نفسها أعلاه لحساب قيم معايير المقارنة على وفق الصيغ (13 و14 و15و 16و 18) وعلى التوالي. ولكل حجم عينة n،ولكل توزيع من التوزيعات المفترضة لمتغير حد الخطأ قيد البحث.

ملاحظه حول خوارزميات الجانب العملي :

اذ يتم اعتماد الخوارزميات انفسها للبيانات من الواقع العملي ولكن عندما تكون r=1 .

الخوارزمية رقم (3): تقدير قيم معلمات أنموذج AR(3) بطريقة (WLSE) بالاعتماد على قيم السلسلة المولدة وعلى وفق الخطوات المتقدم ذكرها في الخوارزمية (1) .



الجدول (7) المتضمن كمية الحبوب المطحونة (بالأطنان) شهرياً ،وعلى مستوى القطر.

2011	2010	2009	2008	2007	الأشهر
337498.277	331624.151	328488.967	318172.653	317597.556	1
325671.434	330883.008	325662.457	315565.232	391409.489	2
332617.281	336737.695	320069.589	318463.178	259249.257	3
334228.116	351633.536	310924.846	311671.414	320707.074	4
339773.251	343518.742	344381.333	339498.797	294583.641	5
387590.531	336525.759	348763.973	337679.912	335393.077	6
345428.425	354863.633	348399.972	342594.366	247812.644	7
333369.913	332787.238	375771.376	336394.374	355516.569	8
328791.998	115912.288	280442.194	328633.304	322291.479	9
329027.230	15113.000	356327.771	331629.319	317908.073	10
335465.460	15113.000	332173.645	249810.386	161933.039	11
335465.460	15113.000	333031.076	249810.386	33329.600	12

Estimate AR(3) by Using Levinson-Durbin Recurrence & Weighted Least Squares Error Methods

Jinan Abbas Naser
Dept. of Information Technique/Technical College of Management/Baghdad

Received in : 9 April 2013 , Accepted in : 24 June 2013

Abstract

In this study, we investigate about the estimation improvement for Autoregressive model of the third order, by using Levinson-Durbin Recurrence (LDR) and Weighted Least Squares Error (WLSE).By generating time series from AR(3) model when the error term for AR(3) is normally and Non normally distributed and when the error term has ARCH(q) model with order q=1,2.We used different samples sizes and the results are obtained by using simulation. In general, we concluded that the estimation improvement for Autoregressive model for both estimation methods (LDR&WLSE), would be by increasing sample size, for all distributions which are considered for the error term , except the lognormal distribution. Also we see that the estimation improvement for WSLE method, depends on the value for the Forgetting Factor parameter (α),which haave value less than one(i.e. $(\alpha < 1)$). The estimate is improved for large value for parameter α exactly at $\alpha = 0.99$.Finally, we used the estimation methods (LDR&WLSE) for real data.

Key Words : Autoregressive models, Levinson-Durbin Recurrence method, Weighted Least Squares Error method.