تقليل أوقات الانتظار في انموذج صف الانتظار ذو قنوات الخدمة المتعددة (M,M,C)(FCFS,∞,∞) " أنموذج مقترح"

عبد المنعم حمادي
قسم الاحصاء / كلية الادارة و الاقتصاد / جامعة بغداد
سامر محمد جابر
قسم الدراسات والتخطيط والمتابعه / رئاسة جامعة بغداد

أستلم البحث في : 2 كانون الاول 2012 ، قبل البحث في : 3 شباط 2013

الخلاصة

يهدف البحث الى اقتراح انموذج لتقليل أوقات الانتظار في أنموذج صف الانتظار ذي قنوات الخدمة المتعددة (M,M,C)(FCFS,∞,∞) أذ تعتمد خطة البحث بالدرجة الأساس على معدل الوصول (λ) اذ يتم عمل بعض المعالجات من اجل تقليل معدل الوصول لكل قناة خدمية الذي يؤدي بدوره إلى تقليل الوقت الكلي للانتظار في النظام. يحتوي هذا البحث على مبحثين يتناول الاول الجانب النظري و الكيفية التي تم من خلالها اثبات الطريقة المقترحة نظرياً وبشكل معادلات رياضية فضلاً عن المبحث الثاني الذي تناول الجانب العملي المتمثل بتطبيق الطريقة المقترحة والمقارنة بينها و بين الطريقة التقليدية التي كانت متبعة في احتساب مقاييس الاداء في الانموذج قيد الدراسة.

الكلمات المفتاحية : تقليل اوقات الانتظار (انموذج صف انتظار مقترح)

المقدمة

يعد الباحث الدنماركي اي كي ايرلانك اول من اهتم بنظرية صفوف الانتظار وذلك من خلال بحثه المنشور عام 1909 والمتعلق بمشكلة كثافة تلقي المكالمات الهاتفية والتأخير في تقديم الخدمة عن بعض مستخدمي الهاتف .
ثم توالت مقالات هذا الباحث في الجوانب النظرية لصفوف الانتظار لتكون البذرة الاولى في نشأت نظرية صفوف الانتظار وتطبيقاتها حتى وقتنا الراهن وتعد مدة الحرب العالمية الثانية هي المدة التي تم وضع النظرية وتطبيقاتها التي تم الكشف عنها واجراء المعالجة لها .
في حياتنا اليومية نلاحظ العديد من حالات الانتظار ولاغراض مختلفة، فمثلا نلاحظ المرضى وهم ينتظرون في طابور لدورهم في الدخول على الطبيب ، وكذلك ازدحام الناس في الباص لدورهم في الركوب . ان مثل هذه الحالات و غيرها قد تتسبب بمشكلة الانتظار وهذا ما قد يترتب عنها تكاليف عديدة .
تتوقف خطورة المشكلة على مدى أهميتها فالخطورة الناتجه من انتظار الطائرات في الجو ليتسنى لها الهبوط في المطار اكبر من الخطورة الناتجة من انتظار الطلبة في طابور لاستلام الكتب . ولكل منها كلفة مختلفة .
ان نظرية صفوف الانتظار هي احد نماذج بحوث العمليات التي تستهدف تصوير واقع موضوعي معين اوتلخيص ابعاده الاساسية بهدف تحليله ودراسته واتخاذ القرار بشأنه ، و عليه تناول هذا البحث طريقة مقترحة لتقليل وقت الانتظار في انموذج صف الانتظار من النوع (M,M,1)(FCFS,∞,∞) وذلك باستخدام معدل الوصول (λ) وتم اثبات هذه الطريقة المقترحة نظرياً وبشكل معادلات رياضية وعمليا من خلال تطبيق الطريقة المقترحة والمقارنة بينها و بين الطريقة التقليدية التي كانت متبعة في الجانب العملي. ويقسم البحث على مبحثين هما:
المبحث الأول: يتضمن عرض الجانب النظري لمفهوم نظرية صفوف الانتظار.
المبحث الثاني: يتضمن الجانب التطبيقي الذي يبحث في مساعدة صانع القرار في المجمع الطبي في تقديم أفضل خدمة للمجتمع.

المبحث الاول (الجانب النظري)

بعض الرموز (المعالم) المهمة في نظرية صفوف الانتظار[11]:

تعريف صفوف الانتظار: نظام الصفوف هو مجموعة العملاء ومجموعة مقدمي خدمة ونظام لوصول العملاء وتقديم الخدمة لهم.ويمثل نظام الصفوف عملية ميلاد وموت بمجتمع يتكون من عملاء سواء منتظري الخدمة ام الحاصلين عليه فعلاً.
خصائص الصف: يتميز نظام الصفوف بخمسة مكونات هي: نمط الوصول ، ونمط الخدمة ، وعدد من يقدمون الخدمة ، وطاقة مكان الخدمة ، والترتيب الذي يخدم به العملاء.
أنماط الوصول: تحدد أنماط الوصول للعملاء عادة بالزمن بين الوصول ، وهو الزمن المستغرق بين وصول عميلين لمكان الخدمة.وقد يكون ثابتا او متغيرا عشوائيا بتوزيع احتمالي.
أنماط الخدمة: يحدد نمط الخدمة بزمن ، وهو الزمن اللازم لأحد مقدمي الخدمة لأحد العملاء.قد يكون ثابتا او متغيرا عشوائيا ذا توزيع احتمالي معروف.
طاقة النظام: هي اكبر عدد من العملاء يمكن ان يتواجدون في النظام ، سواء أكانوا في مرحلة الخدمة أم الانتظار، والمسموح لهم التواجد بمكان الخدمة في الوقت نفسه عندما يصل احد العملاء الى مكان الخدمة ممتلئ ، فلا يدخل هذا العميل الى نظام الخدمة ولا يسمح له بالانتظار خارج مكان الخدمة ويضطر الى مغادرة المكان من دون تلقي الخدمة.
نظم الصفوف: نظم الصفوف هي الترتيب الذي يخدم به العملاء. وقد تكون على أساس من يحضر أولا يخدم أولا ، وقد تكون على أساس من يحضر أخيرا يخدم أولا، وقد تكون على أساس عشوائي او على أساس أسبقيات.
مقياس الأداء: تكمن الفائدة من استخدام نظرية صفوف الانتظار في ان التنبؤات الكمية بخصوص الوجوه المهمة في الأوضاع الافتراضية للانتظار تستخرج من دون التأثير في المنظومة الحالية او من دون بناء منظومة حقيقية جديدة. ان الخصائص المهمة ذا الطبيعة الإحصائية التي تمثل مقياس الأداء هي: وقت الخدمة، وطول صف الانتظار، ومنفعة مؤدي الخدمة، ووقت الاصطفاف، والمدد المشغولة.
λ: وهو عبارة عن الوحدات الداخلة (طالبي الخدمة) الى النظام في وحدة الزمن (معدل الوصول لكل وحده زمنية). [1]
μ: وهو عبارة عن عدد الوحدات الخارجة من النظام (أي الوحدات التي تمت خدمتها) في وحدة الزمن (معدل الخدمة لكل وحده زمنية).
P(λ/μ): وهو ما يسمى بمعامل الاستخدام وهو يعد من المؤشرات المهمة في نظرية صفوف الانتظار الذي يقيس مدى مشغولية النظام .
Lq : متوسط عدد الوحدات المتوقعة في صف الانتظار.
Ls: عدد الوحدات المتوقعة في النظام ككل (عدد الوحدات في صف الانتظار + عدد الوحدات التي تتلقى الخدمة).
Wq: زمن الانتظار المتوقع لكل وحدة في صف الانتظار (أي متوسط الوقت الذي تتطلبه الوحدة المعينة في الانتظار في الصف).
Ws : زمن الانتظار المتوقع في النظام (وقت الانتظار في الصف + وقت الانتظار في محطة الخدمة).

Pn : احتمال وجود n من الوحدات في النظام .
Pn(t): احتمال وجود n من الوحدات في النظام في الزمن t بافتراض ان النظام يبدأ عمله عند الزمن صفر .

الباحث **Structure of a Waiting Line System هيكل نظام صف الانتظار**

تتكون الهيكلية الاساسية لنظام صف الانتظار وكما هو الحال في جميع الانظمة من :

1. المدخلات:- **وتشمل الوحدات الواصلة الى النظام والداخلة في صف الانتظار.**
2. **المعالجة :- وتشمل عملية تقديم الخدمة .**
3. **المخرجات:- وتشمل الوحدات المغادرة للنظام.**

ويمثل الشكل (1) مخططا لهيكلية نظام الانتظار ذي محطة خدمة واحدة

وعليه فأن: عددالوحدات الموجودة في النظام =عدد الوحدات الموجودة في صف الانتظار+عدد الوحدات الموجودة في مركز الخدمة .وقد يحتوي النظام على قناة خدمية واحدة في مركز الخدمة وهو ماتم الاشارة اليه في الشكل السابق او قنوات خدمية عديدة وحينها يسمى نظام الخدمة متعدد القنوا ت multi station system .

انموذج صف الانتظارالمتعدد قنوات الخدمة (M,M,C)(FCFS,∞,∞)، [1]،[2]،[3]:

ان توزيع الوصول في هذا الانموذج يتبع توزيع بواسون و الممثل بالرمز (M) وبمعدل ثابت هو λ وتوزيع وقت الخدمة و الممثل بالرمز (M) يتبع التوزيع الاسي وبمعدل (1/μ) لكل الوحدات كما ان طريقة تقديم الخدمة (FCFS)و تعني من ياتي اولا يخدم اولا او من يدخل اولا يخدم اولا (First come first service) كما ان عدد الوحدات الممكن استيعابها في النظام هي غير محدودة و يرمز له بالرمز(∞) فضلاً عن ان المجتمع الذي تاتي منه الوحدات هو مجتمع غير محدود ايضا يرمز له بالرمز (∞).

ان لهذا الانموذج حالتين :

1. الحالة الاولى: هذه الحالة تتحقق عندما تكون عدد الوحدات الموجوده اقل او يساوي من عدد قنوات الخدمة(n<=c) في هذه الحالة فانه لايوجد صف انتظار بالمعنى الحقيقي أي ان قيم Wq,Lq,Ws,Ls هي ذوات قيمة صفرية .
2. الحالة الثانية : هذه الحالة تتحقق عندما تكون عدد الوحدات الموجودة اكبر من عدد قنوات الخدمة (n>c) عند ذلك سوف يتحقق صف الانتظار .ان مقاييس اداء النظام لهذه الحالة هي كما يأتي :

A. $L_q = p_c * \frac{c\rho}{(c-\rho)^2}$

B. $L_s = \lambda * w_s$

إذ : c عدد القنوات المقدمة للخدمة.

ρ نسبة كثافة الحركة او ما يسمى بـ (عامل المنفعة) و يساوي $\frac{\lambda}{\mu}$

يوضح الشكل (2) نظام صف الانتظار (M,M,C)(FCFS,∞,∞) وحركة الوحدات فيه:

وصف عمل النظام (M,M,C)(FCFS,∞,∞) [4]

ان عمل النظام يتم من خلال قدوم الوحدات الطالبة للخدمة وبمعدل وصول يتبع توزيع بواسون (M) بمعدل ثابت هو(λ) وبصف انتظار واحد ، إذ تذهب الوحدات الى اية محطة انتظار فارغة للحصول على الخدمة وان توزيع وقت الخدمة يتبع التوزيع الاسي (M) وبمعدل ثابت هو(1/μ) كما ان نظام تقديم الخدمة هو من ياتي اولا يخدم اولا وان استيعاب النظام للوحدات هو غير محدود

الخطة المقترحة لتقليل وقت الانتظار الكلي للنظام

لو نظرنا الى الشكل رقم (2) الذي يبين صف الانتظار لوجدنا ان هناك صف انتظار واحد من خلاله يتم التوزيع لقنوات الخدمة وحسب القناة الخدمية الفارغة ولكننا لو جعلنا لكل قناة خدمية صف انتظار خاص بها لامكننا تقليل وقت الانتظار في الصف (Wq) ومن ثم وقت الانتظار الكلي في النظام (Ws) ويوضح الشكل رقم (3) ذلك.

لو قارنا بين الشكلين (2) و (3) لوجدنا ان معدل الوصول في الشكل رقم (2) هو (λ) . اما معدل الوصول في الشكل (3) فانه (λ/c) ونقصد بـ (c) هو عدد قنوات الخدمة لذلك سوف نجد ان صف الانتظار سيقل طوله لانه سوف يتوزع بثلاثة صفوف بدلا من صف واحد مما يقلل من وقت الانتظار في الصف (Wq) ومن ثم سوف يقل وقت الانتظار الكلي في النظام (Ws).

الاثبات الرياضي للخطة المقترحة

لو لاحظنا طريقة حساب طول صف الانتظار في النظام ككل في انموذج صف الانتظار (M,M,C)(FCFS,∞,∞) لوجدنا ان الصيغة المختصرة لحسابه هي كما يأتي :

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad \ldots(1)$$

ولو افترضنا ان عدد قنوات الخدمة هي قناتان للخدمة (C=2) في هذه الحالة فان معدل الوصول سيكون (λ/2) وهذا ما تمثله الطريقة المقترحة والممثلة بالشكل رقم (3) عند ذلك سوف تكون صيغة حساب طول صف الانتظار في النظام كما يأتي:

$$L_{s1} = L_q + \frac{\lambda/2}{\mu} \quad \ldots(2)$$

لاثبات ان طول صف الانتظار في النظام في الحالة الاعتيادية وهذا ما تمثله معادلة رقم (1) اطول من طول صف الانتظارفي النظام في الطريقة المقترحة وهذا ماتمثله معادلة (2) نقوم بطرح معادلة (2) من معادلة (1) وكمايأتي :

$$L_s - L_{s1} = (L_q + \frac{\lambda}{\mu}) - (L_q + \frac{\lambda/2}{\mu}) = \lambda/2\mu \quad \ldots(3)$$

بما ان النتيجة (λ/2μ) هي موجبة فان هذا يدل على ان طول صف الانتظار في النظام في الحالة الاعتيادية اطول من طول صف الانتظار في النظام في الطريقة المقترحة .

ولو راينا طريقة حساب وقت الانتظار الكلي (Ws) في النظام في انموذج صف الانتظار (M,M,C)(FCFS,∞,∞) لوجدنا ان الصيغة المختصرة لحسابه هي كمايأتي :

$$W_s = \frac{1}{(\mu-\lambda)} \quad \ldots(4)$$

ولو افترضنا ان عدد قنوات الخدمة هي قناتان فقط (c=2) في هذه الحالة سيكون معدل الوصول (λ/2) وهذا ما تمثله الطريقة المقترحة والممثلة بالشكل رقم (3) عند ذلك سوف تكون صيغة حساب وقت الانتظار الكلي في النظام بالشكل الاتي:

$$W_{s1} = \frac{1}{[\mu-(\frac{\lambda}{2})]} \quad \ldots(5)$$

ولاثبات ان وقت الانتظار الكلي في النظام في الحالة الاعتيادية الذي تمثله المعادلة رقم (4) اكثر من وقت الانتظار الكلي في النظام في الطريقة المقترحة و الذي تمثله المعادلة (5) نقوم بطرح معادلة (5) من معادلة (4) وكما يأتي :

$$\mathbf{W_s - W_{s1}} = \frac{1}{(\mu-\lambda)} - \frac{1}{[\mu-(\frac{\lambda}{2})]} = \frac{2\lambda}{(2\mu-\lambda)(\mu-\lambda)} \quad \ldots(6)$$

وبما ان λ/μ هي اصغر من واحد فهذا يدل على ان نتيجة المعادلة 6 هي موجبة أي بعبارة اخرى فان وقت الانتظار الكلي للنظام باستخدام الطريقة المقترحة اقل من وقت الانتظار الكلي للنظام باستخدام الطريقة الاعتيادية.

المبحث الثاني (الجانب العملي)

تعريف المشكلة

يمكن وصف المركز الصحي لحي المثنى التابع الى دائرة صحة بغداد الرصافة كمايأتي :

أ. هناك صالة كبيرة تستقبل المرضى الذين يتجمعون لعرضهم على احد الاطباء الموجودين . ان هؤلاء الاطباء هم غير متخصصين فلا يوجد افضلية لطبيب على اخر وحالما ينهي الطبيب عمله مع احد المرضى يدخل المريض الاخر .

ب. عدد الاطباء في العيادة هم ثلاثة اطباء (طبيب اسنان + طبيبين عام) وسوف نستثني من بحثنا طبيب الاسنان لان عمله غير متجانس من حيث الوقت والافضلية وسوف ناخذ الطبيبين الاخرين أي ان عدد قنوات الخدمة هي قناتان (c=2) .

ج. دوام الاطباء في المركز من الساعة 9 صباحا وحتى الثانية بعد الظهر.

جمع البيانات

لقد جمعت البيانات من خلال التواجد في مدة 5 ايام في المركز الصحي إذ جمعت البيانات الاتية :

1. بيانات الوصول : سجلت اوقات وصول المرضى ابتداء من لحظة وصول المريض الى المركز الصحي وعملت جداول معينة تخص تسجيل الوقت الزمني لكل وصولين متتاليين.

2. بيانات المغادرة : سجلت المدة الزمنية التي قضاها المريض منذ لحظة دخوله على الطبيب المعالج ولحين خروجه من المركز الصحي .

تحليل البيانات ،[5]،[6]

لغرض معرفة التوزيع الاحصائي لبيانات الوصول أدخلت البيانات المتعلقة بالوصول والمغادرة في البرنامج الاحصائي Statistica إذ استخدم اختبار كاي سكوير لاختبار جودة التطابق (Goodness Of Fit) وكانت النتيجة ان وقت الوصول يتبع توزيع الاسي (Exponential Distribution) وكذلك الحال بالنسبة الى توزيع وقت الخدمة وبمستوى معنوية هو 0.05 ، إذ ان وقت الوصول يتوزع اسيا بمعدل $\frac{1}{\lambda}$ وبقيمة (0.45) وان وقت الخدمة يتوزع اسيا ايضا وبمعدل $\frac{1}{\mu}$ وبقيمة (0.89) .

تطبيق نظرية صفوف الانتظار على الانموذج الحالي،[5]،[7]

ان الانموذج الموضح بالشكل (4) يتبع نظام صف الانتظار $(m,m,2)(fcfs,\infty,\infty)$.

حل الانموذج الحالي ،[8]

أدخلت البيانات الخاصة بمعدل توزيع وقت الوصول ومعدل توزيع وقت الخدمة في البرنامج Winqsb وتم استخلاص النتائج وكما في الجدول رقم (1) .
يبين الجدول رقم (1) ان النظام يعمل بطاقة انتاجية مقدارها 98.8889% ، وان عدد الدقائق التي يقضيها المريض في المركز للحصول على الخدمة هي 40.2741 دقيقة .

تطبيق نظرية صفوف الانتظار على الانموذج المقترح

ان الانموذج المقترح يتبع نظام صف الانتظار $(m,m,2)(fcfs,\infty,\infty)$ ويكون موضحا بالشكل (5) .

حل الانموذج المقترح ، [8]

أدخلت البيانات الخاصة بمعدل توزيع وقت الوصول ومعدل توزيع وقت الخدمة في حال وجود صفين للانتظار في البرنامج Winqsb، وتم استخلاص النتائج وكما في الجدول رقم (2).
يبين الجدول رقم (2) ان النظام يعمل بطاقة انتاجية مقدارها 49.4445% وان عدد الدقائق التي يقضيها المريض في المركز للحصول على الخدمة هي 1.1780 دقيقة .

استخدام المحاكاة (Simulation) لاثبات مقاييس الانموذج المقترح ،[7]،[8]،[9]

تم عمل محاكاة لمقاييس الانموذج المقترح مدة (10000) دقيقة أي ما يعادل 30 يوما عمل لغرض معرفة دقة المقاييس من عدمها وكانت النتائج كما في الجدول رقم (3).
يبين الجدول رقم (3) ان النظام سيعمل وخلال ال 30 يوما القادمة بطاقة انتاجية مقدارها 49.6732% وان عدد الدقائق التي يقضيها المريض في المركز للحصول على الخدمة هي 1.1978 دقيقة .

الاستنتاجات

ان النظام الحالي للانتظار غير كفوء كون ان وقت الانتظار فيه عال جدا ، إذ يصل الى 40 دقيقة لكل مريض وهذا بدوره يتعب المرضى كونهم يحتاجون الى الراحة كما ان وجود عدد كبير من المرضى في الصالة يزيد من مخاطر العدوى بينهم ولاسيما ان بعض المرضى يعانون من الامراض المعدية .فضلا عن عدم وجود دفتر خاص بتسجيل اوقات دخول المرضى واوقات خروجهم إذ قام الباحث بجمع هذه البيانات بنفسه واعتمادا على جهده الذاتي .

1. عند مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها بتطبيق النظام المقترح جدول رقم (2) مع النتائج التي تم الحصول عليها باستخدام المحاكاة جدول رقم (3) تبين ان هناك استقرارا كبيرا جدا في المقاييس التي تم الحصول عليها، إذ ان نتائج المحاكاة قد بينت ان وقت انتظار المريض الكلي هو 1.1978 أي ان النتيجة قريبة جدا من نتائج تطبيق الصيغة الرياضية(1.1780) وهذا يعطي مؤشرا ممتازا على انه يمكن الاعتماد على الانموذج المقترح لثبات مقاييسه.
2. عدم وجود سجل خاص تدون فيه اوقات دخول المرضى واوقات خروجهم .

التوصيات

1. ضرورة تطبيق نظام الانتظار المقترح من الباحث كونه يقلل وقت الانتظار الى 1.1780 دقيقه ومن ثم يقلل جهد الانتظار بالنسبه الى المرضى المراجعين لهذا المركز .

2. ضرورة تسجيل اوقات دخول المرضى واوقات خروجهم للاستفادة منها مستقبلا في تطوير عمل المركز.
3. ضرورة تطبيق نظرية صفوف الانتظار في حالة اضافة أي مركز خدمة (طبيب) مستقبلا لحساب جدوى وجود طبيب اخر من عدمها .

المصادر

1. عمر العشاري ، استخدام نظرية صفوف الانتظار في تقييم اداء مراكز جباية النقد للشركة العامة لكهرباء بغداد "كلية الادارة والاقتصاد" 2001 .
2. حسن، ضوية سلمان،وعدنان شمخي (1988) ، مقدمة في بحوث العمليات،مطبعة الحكمة ،جامعة بغداد، 1988
3. SONG Hongna Leet, DUAN Zhenwei Dr(2010),Authorized licensed use limited to: IEEE Xplore. Downloaded on August 05, 2011 at 18:14:45 UTC from IEEE Xplore.
4. Amir Azaron, Bicriteria shortest path in networks of queues (2006), internet exploral.
5. Ni Zhiwei, Lu Xiaochun, Liu Dongyuan, Simulation of Queuing Systems with Different Queuing Disciplines Based on Anylogic, International Conference on Electronic Commerce and Business Intelligence (2009).
6. Hi,llier and liberman (2005),"Introduction to the operations research", (Published by McGraw –hill), Eighth Edition.
7. Juyun Wang1 Hua Yu2 Jianyu Luo2 Jie Sui2, Medical Treatment Capability Analysis usingQueuing Theory in a Biochemical Terrorist Attack, The 7th International Symposium on Operations Research and Its Applications (ISORA'08)Lijiang, China, October 31–Novemver 3, 2008Copyright © 2008 ORSC & APORC, pp. 415–424.
8. خالد ضاري ، مروان عبد الحميد ،عمر محمد ناصر العشاري: تطبيقات وتحليلات النظام الكمي للاعمال : مكتبة الذاكرة ،طبعة 1 ،2009
9. Huimin Xiao, Guozheng Zhang, The Queuing Theory Application in Bank Service Optimization (2010), Authorized licensed use limited to: IEEE Xplore. Downloaded on August 05, 2011 at 18:34:59 UTC from IEEE Xplore.
10. Yu-Bo WANG, Cheng QIAN, Jin-De CAO, Optimized M/M/c Model and Simulation for Bank Queuing System (2010), Authorized licensed use limited to: IEEE Xplore. Downloaded on August 05, 2011 at 19:57:45 UTC from IEEE Xplore.
11. حامد سعد نور الشمرتي ، بحوث العمليات (مفهوما وتطبيقا) مكتبة الذاكرة 2010

الجدول (1)

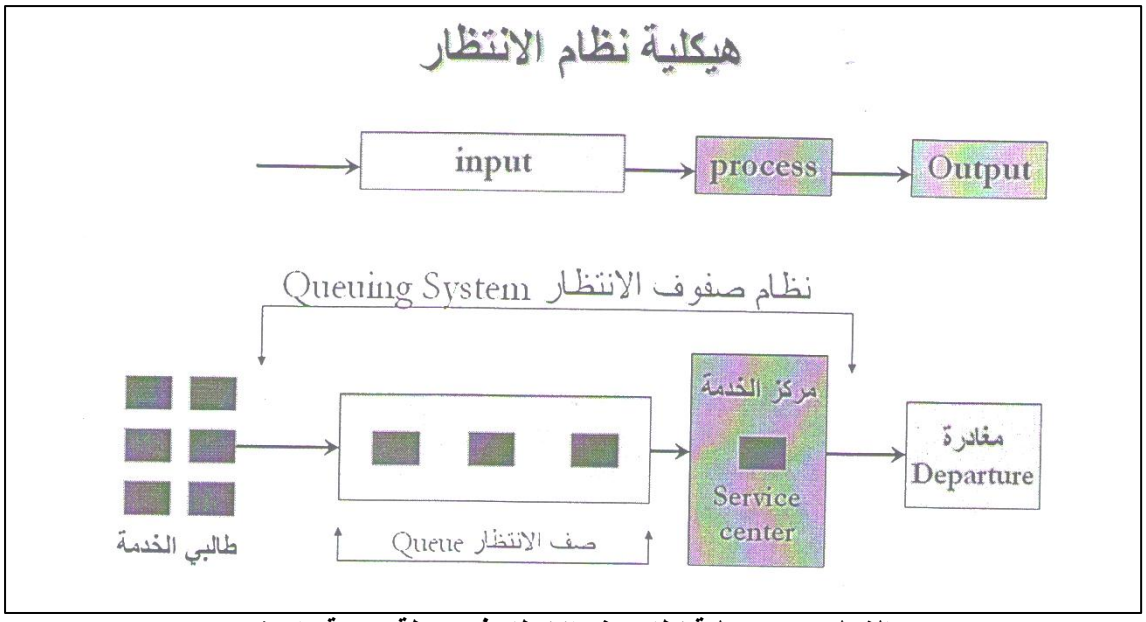
03-24-2012	Performance Measure	Result
1	System: M/M/2	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per minutes =	2.2222
3	Service rate per server (mu) per minutes =	1.1236
4	Overall system effective arrival rate per minutes =	2.2222
5	Overall system effective service rate per minutes =	2.2222
6	Overall system utilization =	98.8889 %
7	Average number of customers in the system (L) =	89.4979
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	87.5201
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	89.0007
10	Average time customer spends in the system (W) =	40.2741 minutess
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	39.3841 minutess
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	40.0503 minutess
13	The probability that all servers are idle (Po) =	0.5587 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	98.3364 %
15	Average number of customers being balked per minutes =	0
16	Total cost of busy server per minutes =	$0
17	Total cost of idle server per minutes =	$0
18	Total cost of customer waiting per minutes =	$0
19	Total cost of customer being served per minutes =	$0
20	Total cost of customer being balked per minutes =	$0
21	Total queue space cost per minutes =	$0
22	Total system cost per minutes =	$0

الجدول (2)

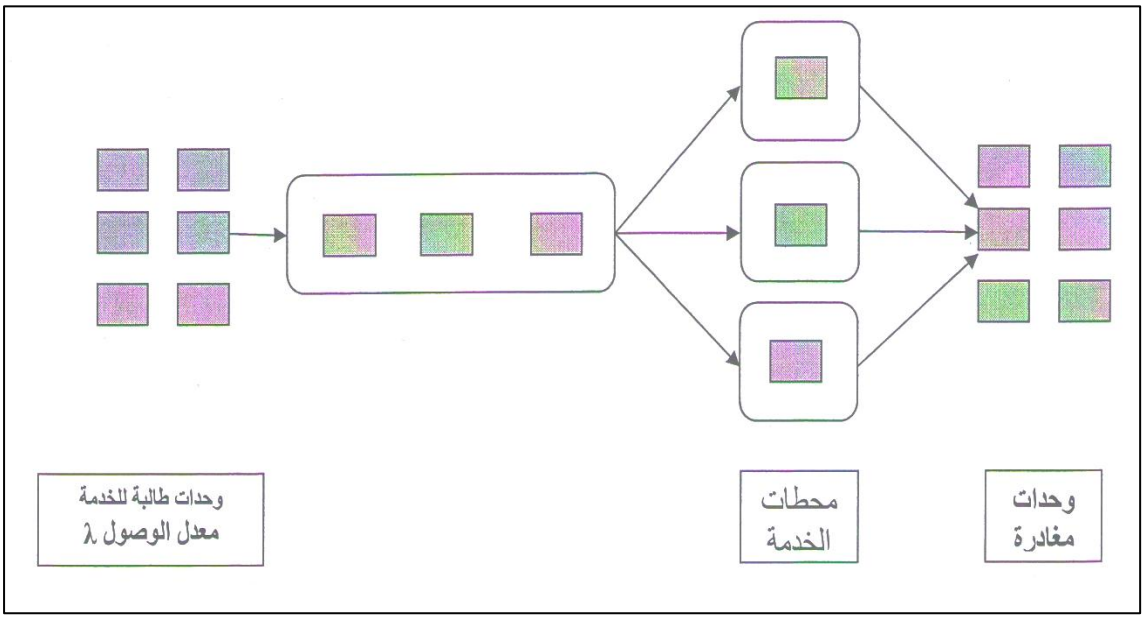
03-24-2012	Performance Measure	Result
1	System: M/M/2	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per minutes =	1.1111
3	Service rate per server (mu) per minutes =	1.1236
4	Overall system effective arrival rate per minutes =	1.1111
5	Overall system effective service rate per minutes =	1.1111
6	Overall system utilization =	49.4445 %
7	Average number of customers in the system (L) =	1.3089
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.3200
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	0.9780
10	Average time customer spends in the system (W) =	1.1780 minutess
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.2880 minutess
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.8802 minutess
13	The probability that all servers are idle (Po) =	33.8290 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	32.7179 %
15	Average number of customers being balked per minutes =	0
16	Total cost of busy server per minutes =	$0
17	Total cost of idle server per minutes =	$0
18	Total cost of customer waiting per minutes =	$0
19	Total cost of customer being served per minutes =	$0
20	Total cost of customer being balked per minutes =	$0
21	Total queue space cost per minutes =	$0
22	Total system cost per minutes =	$0

الجدول (3)

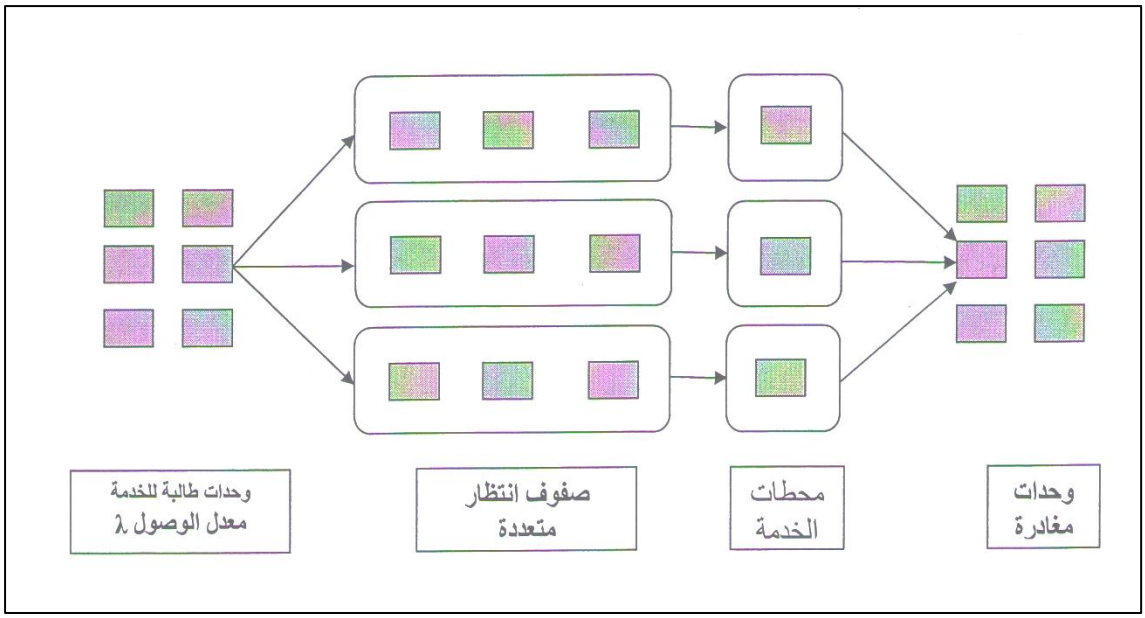
03-24-2012	Performance Measure	Result
1	System: M/M/2	From Simulation
2	Customer arrival rate (lambda) per minutes =	1.1111
3	Service rate per server (mu) per minutes =	1.1236
4	Overall system effective arrival rate per minutes =	1.1072
5	Overall system effective service rate per minutes =	1.1064
6	Overall system utilization =	49.6732 %
7	Average number of customers in the system (L) =	1.3264
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	0.3329
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	1.0116
10	Average time customer spends in the system (W) =	1.1978 minutess
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.3001 minutess
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.9119 minutess
13	The probability that all servers are idle (Po) =	33.5619 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw) or system is busy (Pb) =	32.9082 %
15	Average number of customers being balked per minutes =	0
16	Total cost of busy server per minutes =	$0
17	Total cost of idle server per minutes =	$0
18	Total cost of customer waiting per minutes =	$0
19	Total cost of customer being served per minutes =	$0
20	Total cost of customer being balked per minutes =	$0
21	Total queue space cost per minutes =	$0
22	Total system cost per minutes =	$0
23	Simulation time in minutes =	10000.0000
24	Starting data collection time in minutes =	0
25	Number of observations collected =	11064
26	Maximum number of customers in the queue =	9
27	Total simulation CPU time in second =	3.5570



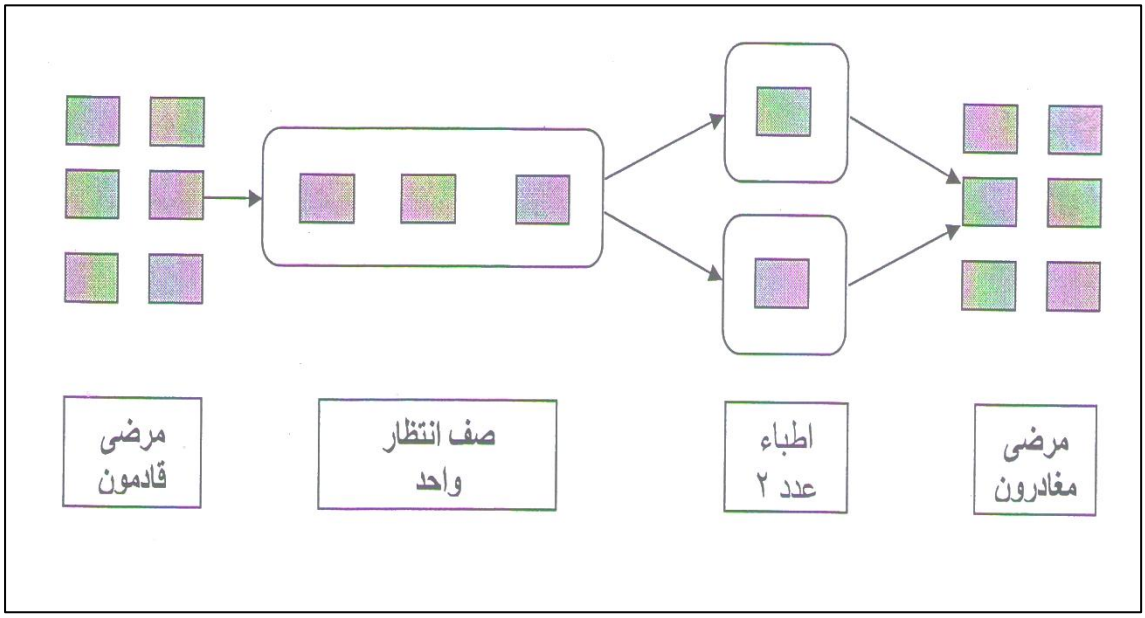
الشكل (1) : هيكلية نظام صف الانتظار ذو محطة خدمية واحدة



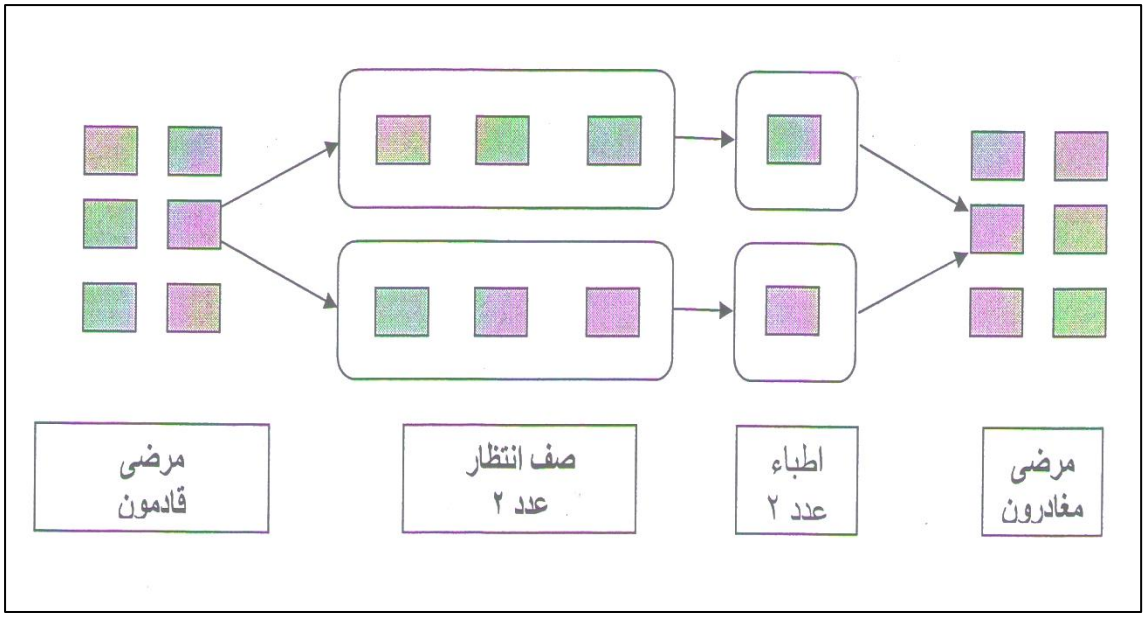
الشكل (2) : نظام الانتظار (FCFS)(M,M,C،∞،∞)



الشكل (3) : صف الانتظار المقترح



الشكل (4) : صف الانتظار (FCFS)(M,M,2:∞،∞)



شكل (5) : شكل صف الانتظار المقترح

Reduce Waiting Times in the Multiple Server queuing model (M, M, C) (FCFS, ∞, ∞) "Model Proposal"

Abdulmunem. K. Hammadi
Dept. of Statistics/College of Administration & Economic/
University of Baghdad

Samer Mohammed Jaber
Planning & Studies Dept. / University of Baghdad

Received in: 2 December 2012 , Accepted in: 3 march 2013

Abstract

The research aims to propose a plan to reduce the waiting times in the Multiple Server queuing model (M, M, C) (FCFS, ∞, ∞), and adopt this plan, mainly on the arrival rate (λ), some process have been achieved in order to reduce the arrival rate per service channel that should reduces the overall waiting time in the system.

This research is on two sections where the first deals with theory and how it has been approved the proposed method in theory and in mathematical equations as well as the second section, which dealt with the practical goal of applying the proposed method and comparing it with the traditional way, which was followed in calculating the performance measures in this model.

Keywords: Reduce Waiting Times**;** "Queuing Model Proposal".